SOBRE FÓRMULAS DE VALORACIÓN DE OFERTAS ECONÓMICAS

Félix Díez Sacristán
*Director General de **interhost_** (Grupo SATEC)*
[Enero de 2020]

Contenido

1. Introducción

En lo que sigue discutimos diversas fórmulas para evaluar la oferta económica de, por ejemplo, un concurso público (ver al respecto la Ley 9/2017, de 8 de noviembre, de Contratos del Sector Público, LCSP).

La información de partida (datos) es:

- Precios de licitación de las N ofertas válidas: P_i
- Precio máximo (base) de licitación: P_l (para toda oferta válida $P_i \leq P_l$)
- Máximo de puntos a asignar: Y_{max}
- Oferta más económica: P_{min}
- Oferta más cara (menos económica): P_{max}

Denominaremos:

- X_i a la bajada (descuento absoluto) de la oferta económica que se evalúa. Es un número positivo definido por:

$$X_i = P_l - P_i$$

- La bajada mayor se denomina X_{max} y las menor X_{min}. Es obviamente.

$$X_{max} = P_l - P_{min}$$

$$X_{min} = P_l - P_{max}$$

- Y_i son los puntos asignados a la oferta que se evalúa.

En lo que sigue trabajaremos con la variable bajada (emplearemos también e indistintamente los términos descuento absoluto, o descuento sin más), X, como independiente y la variable puntuación, Y, como dependiente. (Aunque sería preferible trabajar con variables en el intervalo $[0,1]$, y para facilitar la comprensión, las variables no se normalizarán. Más adelanten se presentan las fórmulas normalizadas).

A continuación presentamos diversas fórmulas que responden al siguiente problema (enunciado con un rigor matemático bastante laxo):

Encontrar una función F, que asigne una puntuación Y a cada oferta X que:

C1) Sea creciente; *ergo*, a mayor descuento más puntos.

Se han empleado fórmulas que contravienen este criterio, por ejemplo puntuando el máximo a la oferta más próxima a la media, y adjudicando cero puntos a la oferta más barata y a la más cara. La Comisión Europea ha desestimado estas fórmulas porque suponen juicios de valor *a priori.*

C2) No es necesario que sea estrictamente creciente (ofertas distintas pueden tener la misma puntuación).

C3) Preferiblemente continua (sin "saltos o escalones" para evitar que ofertas casi iguales tengan puntuaciones muy distintas).

C4) Positiva para todo X. (Si analíticamente la fórmula asignase una puntuación negativa esta se *corregiría* a cero (es decir si $F(X) < 0$, se establece por convención $F(X) = 0$)

C5) *Normalmente* la fórmula asignará la máxima puntuación Y_{max} a la oferta más baja (de máximo descuento), es decir $F(X_{max}) = Y_{max}$

C6) El *recorrido* de la fórmula debería alcanzar todo el intervalo teórico es decir de 0 a Y_{max}. Si analíticamente esto no fuera posible se estaría desvirtuando el valor discriminatorio del criterio precio.

C7) Preferiblemente se buscará una función *sencilla* de definir (e.g. lineal), eventualmente en tramos.

Esto no descarta que presentemos algunas fórmulas no lineales.

Llamaremos curva (o recta) de evaluación a la representación de F en el intervalo de ofertas válidas $[0, X_{max}]$ (o si se prefiere, $[X_{min}, X_{max}]$)

La condición C2 es la más discutible. Cuando a partir de un cierto valor de la bajada todas las ofertas se puntúan/evalúan igual hablamos de un umbral de saciedad (si denominamos al umbral X_{sac} entonces se establece que para todas las ofertas cuya bajada es superior al umbral, es decir $X > X_{sac}$ se obtiene la misma puntuación y por tanto la representación de F en el intervalo $[X_{sac}, X_{max}]$ es horizontal. (Para fórmulas no lineales podría entenderse que una expresión cuya representación tenga un asíntota horizontal $F(X) = Y_{sac}$ con $Y_{sac} < Y_{max}$ supondría un umbral de saciedad dado que a partir de cierto valor de la bajada todas las puntuaciones serían "asintóticamente próximas" a Y_{sac} es decir "casi iguales"; aunque sería incierto dilucidar a partir de qué bajada, umbral, esto sucede). La utilización de umbrales de saciedad en las fórmulas de evaluación de ofertas económicas ha sido ampliamente discutida con buenos argumentos tanto a favor como en contra. En estas notas no entramos en valoraciones y sí expondremos algunas fórmulas con esta característica.

La condición C5 también ha sido puesta en cuestión. Cuando se establece que el valor de una propuesta es intrínseco y no depende del resto de las ofertas puede suceder que la mejor oferta no tenga el máximo valor, dado que el decisor puede haber establecido *ex ante* qué valor de X amerita la máxima puntuación, y cabe la posibilidad de que ninguna de las propuestas alcance ese valor. Evidentemente en estos casos se violenta el criterio C6, dado que la fórmula de evaluación no "recorre" todo el intervalo de puntuaciones. Se impone por tanto un compromiso entre ambos criterios lo que puede comprometer o directamente descartar fórmulas muy elaboradas en otros aspectos.

2. Fórmulas básicas

Presentamos a continuación dos fórmulas comúnmente empleadas por ser "proporcionales" a bajadas y precios. Se trata de dos opciones muy diferentes, una lineal y la otra no.

Fórmula 1. Fórmula lineal básica

Es la fórmula lineal que podríamos enunciar como: *se asignará la puntuación máxima a la oferta con el menor precio de licitación y el resto de las ofertas se valorarán proporcionalmente a su bajada*. Es la fórmula más usada (pero, desde luego, no la mejor).

$$F_1(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{max}}\right)$$

Obsérvese que esta oferta no asigna cero puntos a la peor oferta económica salvo que esta sea a precio de licitación, es decir con $X = 0$.

Además se verifica que si $X = X_{max}$ entonces $Y = Y_{max}$

En ciertas condiciones –no inhabituales— diferencias pequeñas de precio pueden dar lugar a muy grandes diferencias de puntos lo que en principio no es deseable. (Considérese una licitación en que todas las plicas económicas lo son a un precio muy próximo al precio base de licitación).

En este documento, *passim*, emplearemos la fórmula 1 como elemento de comparación con otras expresiones/fórmulas alternativas.

Fórmula 2. Fórmula no lineal básica

Se trata de una fórmula muy empleada (e.g. ONU, Unión Europea, Club de Excelencia en Gestión) muchas veces como si equivaliese a la anterior, y que se formularía diciendo: *se asignará la puntuación máxima a la oferta con el menor precio de licitación y el resto de las ofertas se valorarán de forma inversamente proporcional al precio*. Y se escribe

$$F_2(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{P_{min}}{P}\right) = Y_{max}\left(\frac{P_l - X_{max}}{P_l - X}\right)$$

Esta fórmula asigna la máxima puntuación a la oferta más baja (como en el caso anterior), pero a la oferta sin descuento, si la hubiere, le asigna puntos, es decir $F_2(0) \neq 0$

En condiciones normales, es decir sin bajadas "brutales", esta fórmula suaviza mucho las diferencias. El problema es que la fórmula es no lineal (de hecho se trata de una hipérbola) lo que es bastante atípico en este contexto e implica que diferencias iguales de precio no dan la misma diferencia de puntos.

Fórmula 3. Una fórmula lineal "próxima" a la fórmula 2

Una posible fórmula lineal, sencilla, y que en condiciones normales (es decir descuentos "razonables", no desproporcionados) daría resultados muy parecidos a la fórmula 2 anterior es:

$$F_3(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X + P_{min}}{P_l}\right) = Y_{max}\left(\frac{P_l - (X_{max} - X)}{P_l}\right)$$

De nuevo se asigna el máximo de puntos a la oferta más barata (evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$). Si la bajada es cero asigna los mismos puntos que F_2. Se trata por tanto de la recta entre los extremos de F_2, es decir entre $\left(0, F_2(0)\right)$ y $\left(X_{max}, F_2(X_{max})\right)$

Ejemplo

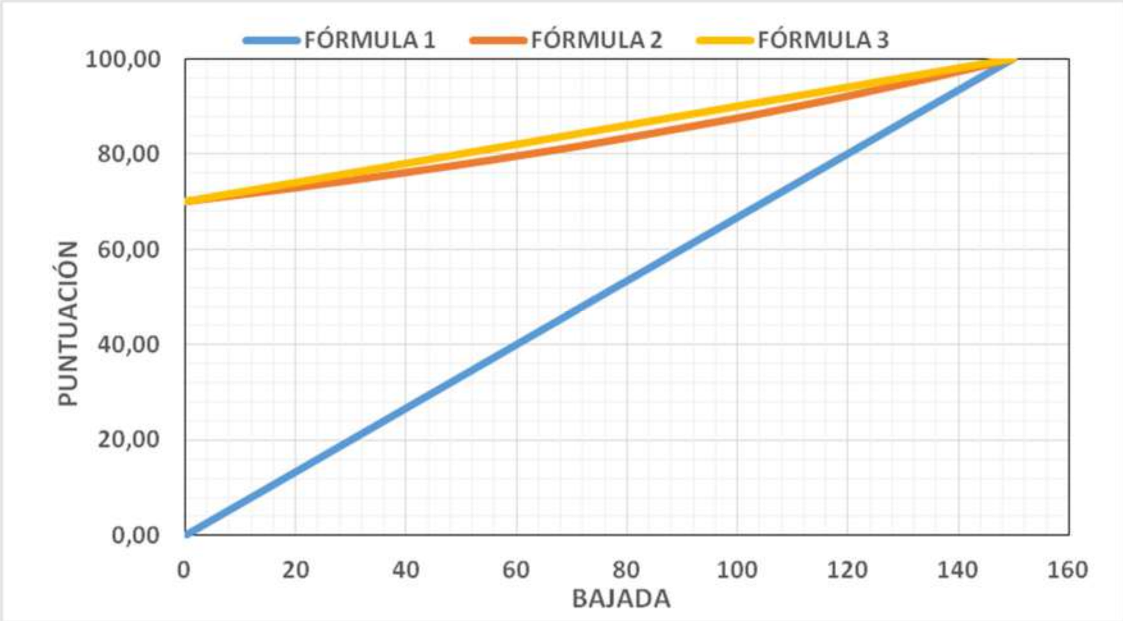
Supongamos una licitación con los siguientes datos:

- Precio máximo de licitación (P_l): 500
- Máximo de puntos a asignar (Y_{max}): 100

En la tabla aparecen la ofertas y sus puntuaciones (para una bajada máxima de 150 es decir 30% sobre precio de licitación) según las fórmulas 1,2 y 3

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 2	FÓRMULA 3
500	0	0,00	70,00	70,00
485	15	10,00	72,16	73,00
470	30	20,00	74,47	76,00
450	50	33,33	77,78	80,00
440	60	40,00	79,55	82,00
425	75	50,00	82,35	85,00
400	100	66,67	87,50	90,00
395	105	70,00	88,61	91,00
380	120	80,00	92,11	94,00
365	135	90,00	95,89	97,00
350	150	100,00	100,00	100,00

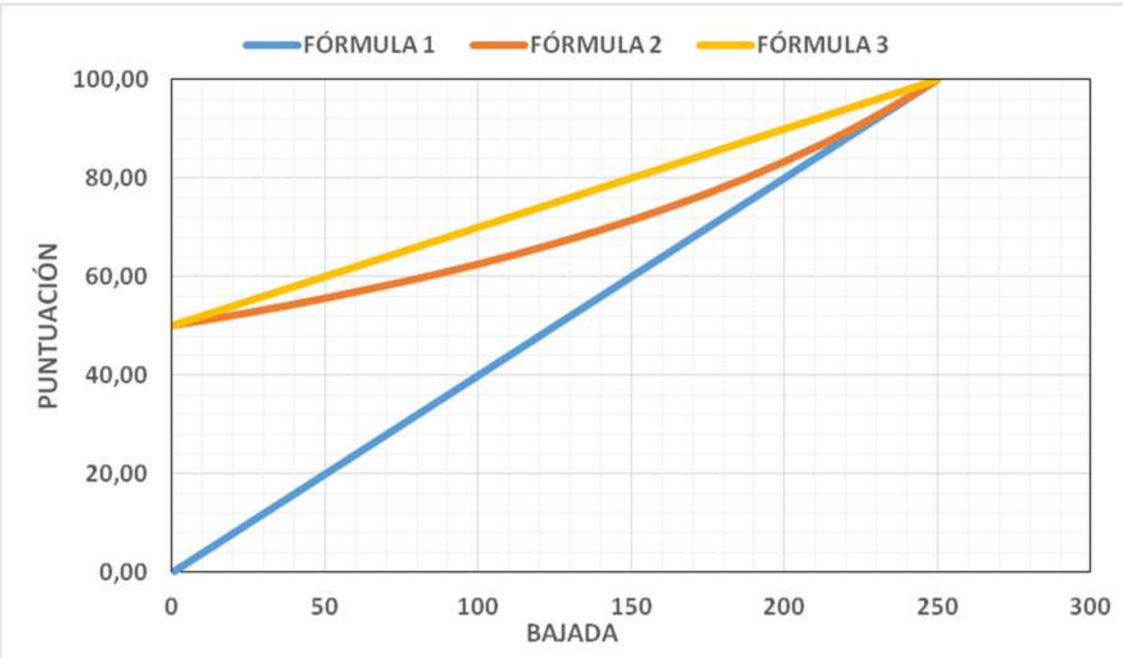
Y gráficamente:



Supongamos ahora que existen mayores bajadas (hasta 250, es decir <u>50% sobre licitación</u>). Los montantes de las ofertas y su valoración son los que sigue.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 2	FÓRMULA 3
500	0	0,00	50,00	50,00
475	25	10,00	52,63	55,00
450	50	20,00	55,56	60,00
425	75	30,00	58,82	65,00
400	100	40,00	62,50	70,00
375	125	50,00	66,67	75,00
350	150	60,00	71,43	80,00
325	175	70,00	76,92	85,00
300	200	80,00	83,33	90,00
275	225	90,00	90,91	95,00
250	250	100,00	100,00	100,00

y la representación gráfica de las fórmulas sería:

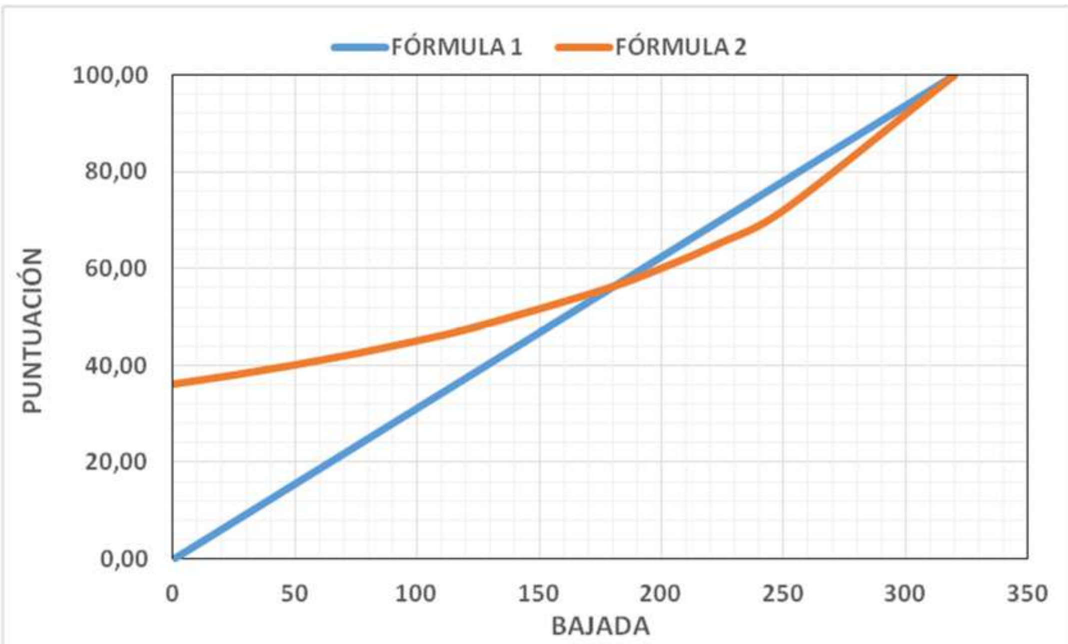


Se observa que para descuentos razonables la fórmula 3 es “bastante horizontal” (ver la primera serie de datos) y por tanto las diferencias de puntuación entre ofertas similares en precio no son muy grandes como corresponde a propuestas “parecidas”. Además estas diferencias no dependen de la existencia o inexistencia de bajadas muy altas

- Mediante la fórmula 3, en el ejemplo que hemos manejado, una oferta de 450 (10% de descuento) y otra de 400 (20% de descuento) nos conduce a una diferencia de 10 puntos sobre 100, independientemente de la bajada máxima.
- Mediante la fórmula 1, las mismas ofertas nos conducen a diferencias de 33,33 puntos o de 20 puntos, dependiendo de la bajada máxima.
- Mediante la fórmula 2 la diferencia de puntos asignados a estas ofertas está entre 10 y 7 puntos (dependiendo de la máxima bajada).
- (Para valores muy altos de la bajada máxima, en concreto supriores al 50% es decir con $X_{max} > \frac{P_l}{2}$, las curvas de evaluación de la fórmula 2 y la fórmula 1 se cortan. Por ejemplo con una bajada máxima de 320 en un precio de licitación de 500, los valores y representación de las fórmulas sería:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 2
500	0	0,00	36,00
475	25	7,81	37,89
450	50	15,63	40,00
425	75	23,44	42,35
400	100	31,25	45,00
375	125	39,06	48,00
325	175	54,69	55,38
300	200	62,50	60,00
275	225	70,31	65,45
250	250	78,13	72,00
180	320	100,00	100,00

Y gráficamente:



3. Fórmulas lineales

Presentamos a continuación una colección de fórmulas lineales (la curva de evaluación es una recta). Como introducción ya hemos analizado un caso particular "derivado" de la fórmula no lineal 2, se trata de la fórmula 3, que además hemos comparado con las fórmulas habituales 1 y 2. Ahora procederemos con algunas generalizaciones.

Fórmula 4. Una fórmula lineal "artificial"

Se trata de una función lineal que asigne una puntuación no nula a la oferta con bajada cero, es decir a precio de licitación (llamémosla Y_g) y, como es habitual, la puntuación máxima a la oferta con la baja máxima. Su expresión matemática es:

$$F_4\,(X) = Y = Y_g + X\left(\frac{Y_{max} - Yg}{X_{max}}\right)$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$.

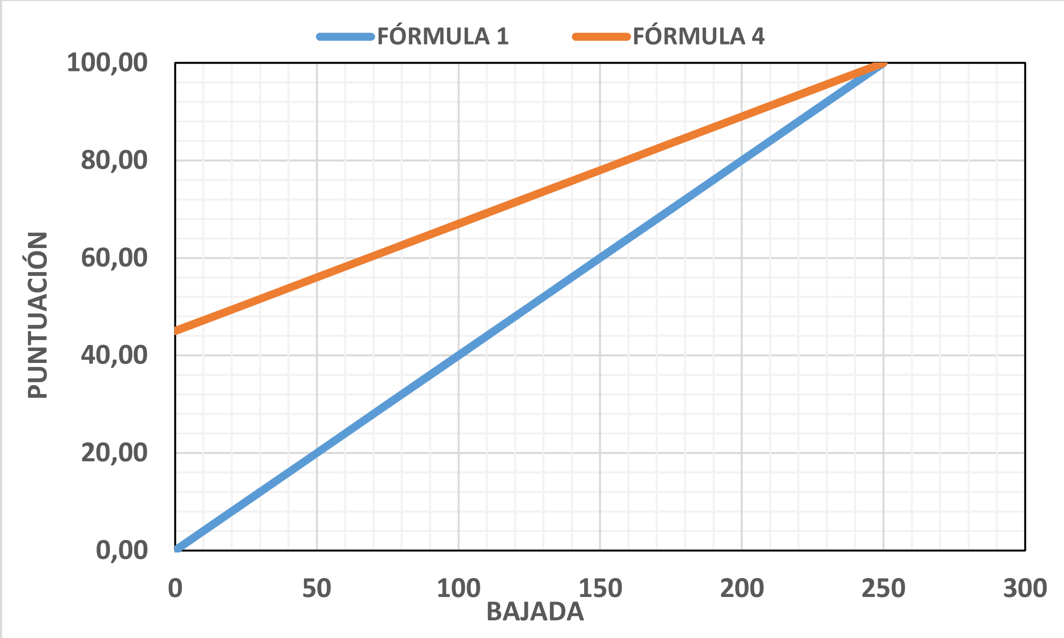
Si $X = 0$ entonces $Y = Y_g$, es decir la fórmula asigna "gratuitamente" o artificialmente una puntuación a una oferta sin descuento.

Ejemplo.

Hemos elegido, arbitrariamente, $Y_g = 45$.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 4
500	0	0,00	45,00
475	25	10,00	50,50
450	50	20,00	56,00
425	75	30,00	61,50
400	100	40,00	67,00
375	125	50,00	72,50
350	150	60,00	78,00
325	175	70,00	83,50
300	200	80,00	89,00
275	225	90,00	94,50
250	250	100,00	100,00

Y gráficamente:



Cuanto más se aproxima Y_g a Y_{max} más horizontal es la recta de valoración con lo que se reducen las diferencias de puntuación (con relación a la fórmula 1) entre ofertas numéricamente iguales. Asimismo es evidente que con $Y_g = 0$ tenemos la fórmula 1.

Todas las fórmulas lineales que pasan por el punto (X_{max}, Y_{max}), es decir cumplen la condición C5, son a la postre una variante de la fórmula 4 con diferentes valores de Y_g; de hecho en adelante aparecerán varios casos particulares (incluso con Y_g negativo). Por ejemplo la fórmula 3 es un caso particular de la fórmula con $Y_g = Y_{max}\left(\frac{P_l - X_{max}}{P_l}\right)$

Fórmulas lineales generales

Dentro de las fórmulas lineales, y al objeto de evitar los problemas de la fórmula 1 (pendiente muy alta de la recta de evaluación que origina diferencias de puntuación muy elevadas con pequeñas diferencias de precios) el *mecanismo de corrección* más general consiste en asignar la máxima puntuación a la oferta más barata, es decir satisfacer C5, *ergo* hacer pasar la recta de evaluación por (X_{max}, Y_{max}) y "forzar" la pendiente de la recta para que no pase por el punto $(0{,}0)$.

Existen varias opciones:

- Asignar arbitrariamente un valor Y_g a la oferta a precio base (fórmula 4)

$$Y = Y_g + X\left(\frac{Y_{max} - Yg}{X_{max}}\right)$$

- Elegir un punto "singular" o "representativo" en el origen, $(0, Y_{esp})$. Por ejemplo si elegimos Y_{esp} como $F_2(0)$ tenemos la fórmula 3:

$$Y = Y_{max}\left(\frac{X + P_{min}}{P_l}\right)$$

- Restar una cantidad de puntos (un porcentaje del máximo, Y_{max}), D, por cada punto unitario de *incremento* sobre el precio mínimo, de la oferta que se evalúa (es decir $X_{max} - X\ o\ P - P_{min}$), respecto a algún valor a definir. De esta manera se fuerza *a priori* la pendiente de la recta de evaluación:

$$Y = Y_{max}(1 - D\Delta)$$

El incremento, Δ, puede ser:

1. Respecto a la oferta más barata
$$Y = Y_{max}\ (1 - \ D\frac{X_{max} - X}{P_l - X_{max}})$$
2. Respecto al precio de licitación
$$Y = Y_{max}\ (1 - \ D\frac{X_{max} - X}{P_l})$$
3. Respecto a la oferta más alta
$$Y = Y_{max}\ (1 - \ D\frac{X_{max} - X}{P_l - X_{min}})$$

Hay cierta ambigüedad con la formulación. En algunos pliegos se habla de restar una cantidad de puntos expresada en términos absolutos (llamémoslo Y_R) y en otros de restar una cantidad de puntos expresada como porcentaje de la puntuación máxima (a la que hemos llamado D). Ambas formulaciones son distintas, siendo las fórmulas correspondientes: $Y = Y_{max} - 100Y_R\ \Delta$ (primer caso) e $Y = Y_{max}(1 - D\Delta)$ para el segundo caso (en todos los casos el incremento Δ es unitario). Ambas formulaciones coinciden si $\frac{D}{Y_R} = \frac{100}{Y_{max}}$.

Fórmula 5. Incremento sobre la oferta más barata. D=1.

Es el primer caso de los antedichos con D=1. Recordemos que el incremento unitario de precio sobre la mejor oferta de la oferta P, se expresa como: $\frac{P-P_{min}}{P_{min}}$ y en términos de bajadas se expresa como $\frac{X_{max}-X}{P_l-X_{max}}$. La fórmula es por tanto

$$F_5(X) = Y = Y_{max}\left(1 - \frac{X_{max} - X}{P_l - X_{max}}\right)$$

Como queda dicho la recta de evaluación pasa por (X_{max}, Y_{max}).

Cabe distinguir dos casos:

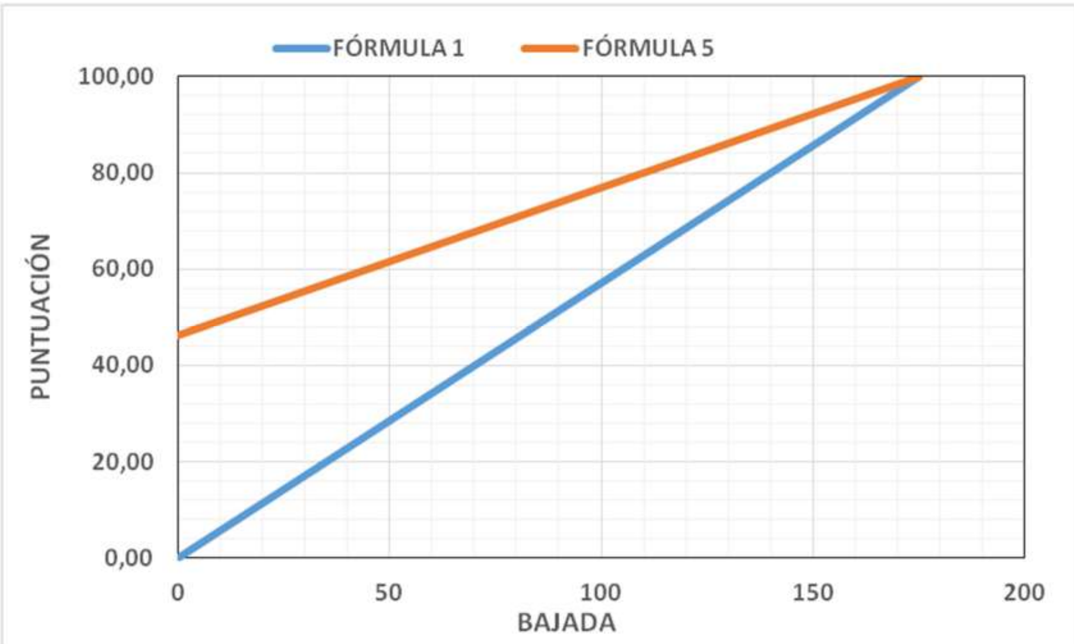
- Bajadas "normales". Si $X_{max} < \frac{P_l}{2}$, es decir el mayor descuento no supera el 50% del precio de licitación la pendiente de la recta es menor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales se reducen. (Es un caso particular de la fórmula 4 con Y_g e igual a $Y_{max}\left(\frac{P_l-2X_{max}}{P_l-X_{max}}\right)$

- Bajadas “muy altas”. Si $X_{max} > \frac{P_l}{2}$, es decir el mayor descuento supera el 50% del precio de licitación la pendiente de la recta es mayor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales aumentan. (Es un caso particular de la fórmula 4 con Y_g negativo).
  En este escenario aparecerán puntuaciones negativas (para $X < 2X_{max} - P_l$) en cuyo caso se asignará el valor 0, según se estableció en C4, con lo que la fórmula constará de dos trazos lineales (el primero horizontal, con puntuación nula).

Ejemplo con bajadas “normales”

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 5
500	0	0,00	46,15
475	25	14,29	53,85
450	50	28,57	61,54
425	75	42,86	69,23
400	100	57,14	76,92
375	125	71,43	84,62
365	135	77,14	87,69
355	145	82,86	90,77
345	155	88,57	93,85
335	165	94,29	96,92
325	175	100,00	100,00

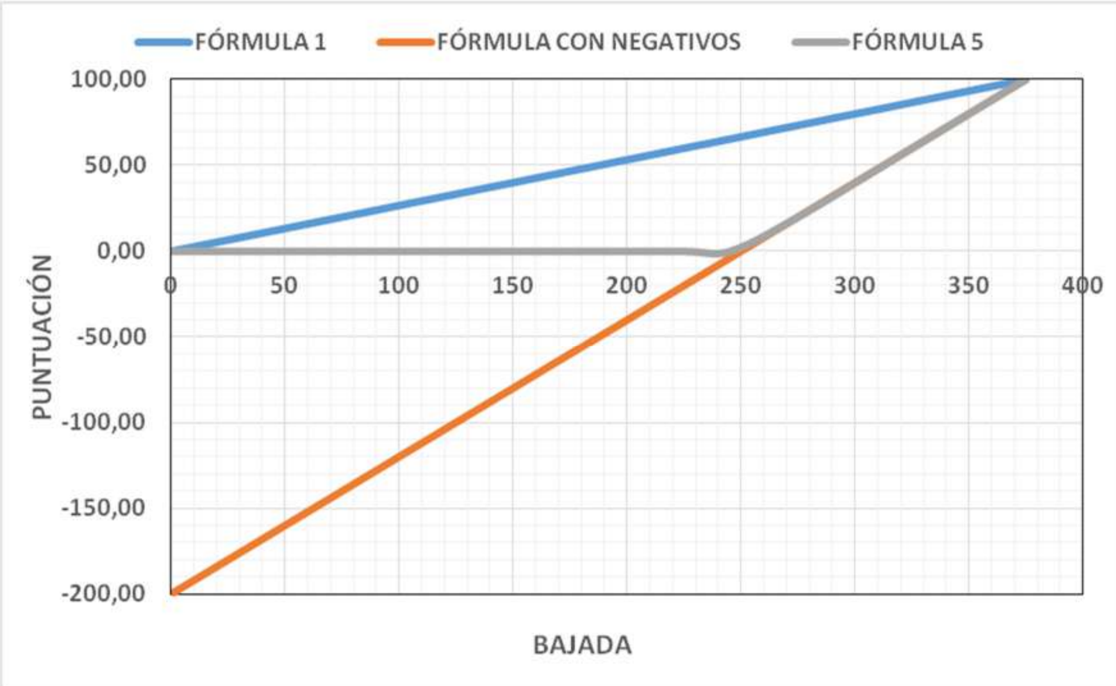
Y gráficamente:



Ejemplo con bajadas "excepcionales o muy altas"

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA CON NEGATIVOS	FÓRMULA 5
500	0	0,00	-200,00	0,00
475	25	6,67	-180,00	0,00
450	50	13,33	-160,00	0,00
425	75	20,00	-140,00	0,00
400	100	26,67	-120,00	0,00
375	125	33,33	-100,00	0,00
325	175	46,67	-60,00	0,00
275	225	60,00	-20,00	0,00
225	275	73,33	20,00	20,00
175	325	86,67	60,00	60,00
125	375	100,00	100,00	100,00

Y gráficamente:



Fórmula 6. Incremento sobre la oferta más barata. General

La fórmula se puede generalizar para otros valores de D, y se escribe:

$$F_6(X) = Y = Y_{max}\ (1 - \ D\frac{X_{max} - X}{P_l - X_{max}})$$

La fórmula es un caso particular de la fórmula 4 con $Y_g = Y_{max}\ \left(1 - \ D\frac{X_{max}}{P_l - X_{max}}\right)$

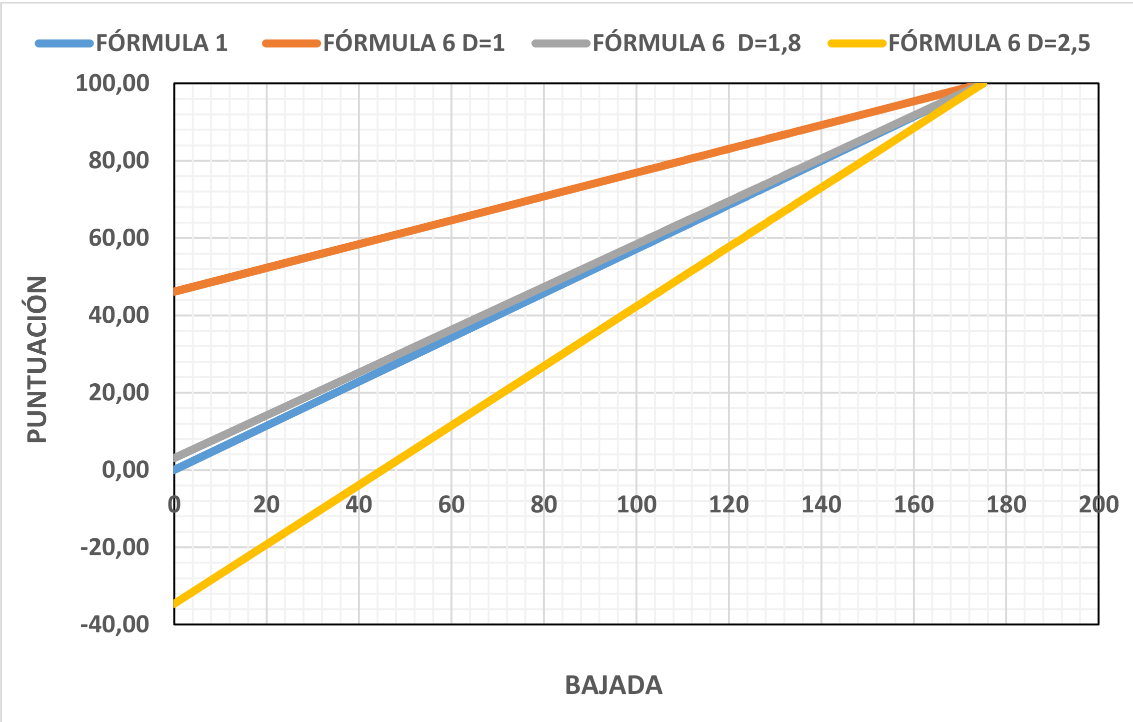
Como ya se ha discutido y dependiendo de la elección de D, se podrían alcanzar valores negativos de Y, o lo que es lo mismo rectas de evaluación con pendiente superior a la de la fórmula 1, lo que sería contrario a la corrección buscada. En concreto si $D > \frac{P_l - X_{max}}{X_{max}}$ entonces se alcanzan valores negativos de Y.

Ejemplo

Un ejemplo con diferentes valores de D aparece a continuación (la coincidencia entre esta fórmula y la fórmula 1 es con $D = \frac{P_l - X_{max}}{X_{max}} = 1{,}8571$)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 6 D=1	FÓRMULA 6 D=1,8	FÓRMULA 6 D=2,5
500	0	0,00	46,15	3,08	-34,62
475	25	14,29	53,85	16,92	-15,38
450	50	28,57	61,54	30,77	3,85
425	75	42,86	69,23	44,62	23,08
400	100	57,14	76,92	58,46	42,31
375	125	71,43	84,62	72,31	61,54
365	135	77,14	87,69	77,85	69,23
355	145	82,86	90,77	83,38	76,92
345	155	88,57	93,85	88,92	84,62
335	165	94,29	96,92	94,46	92,31
325	175	100,00	100,00	100,00	100,00

Gráficamente:



Fórmula 7. Incremento sobre el precio de licitación. D=2

En este caso el incremento es sobre el precio de licitación. Ilustramos la fórmula con $D = 2$ por ser la empleada por el Tribunal de Cuentas. (Obsérvese que con $D = 1$ la fórmula coincide con la fórmula 3)

$$F_7(X) = Y = Y_{max}\left(1 - \frac{2(X_{max} - X)}{P_l}\right)$$

La recta pasa por (X_{max}, Y_{max}). De nuevo se trata de un caso particular de la fórmula 4 con Y_g igual a $\frac{Y_{max}(1-2X_{max})}{P_l}$.

Cabe distinguir los siguientes casos:

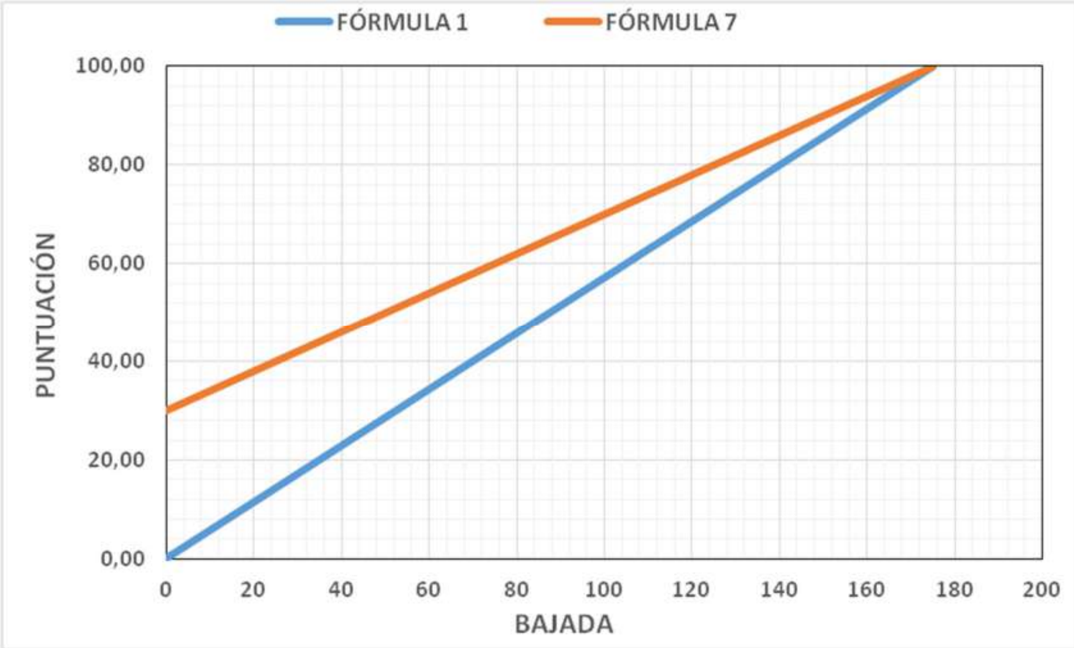
- Bajadas "normales". Si $X_{max} < \frac{P_l}{2}$, es decir el mayor descuento no supera el 50% del precio de licitación la pendiente de la recta es menor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales se reducen.
- Si $X_{max} = \frac{P_l}{2}$ la fórmula 7 coincide con la fórmula 1
- Bajadas "muy altas". Si $X_{max} > \frac{P_l}{2}$, es decir el mayor descuento supera el 50% del precio de licitación la pendiente de la recta es mayor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales aumentan con respecto a la fórmula 1 (Es un caso particular de la fórmula 4 con Y_g negativo).

  En este escenario aparecerán puntuaciones negativas (para $X < \frac{2X_{max}-P_l}{2}$ en cuyo caso se asignará el valor 0, como se convino en C4, con lo que la fórmula constará de dos trazos lineales (el primero horizontal).

Ejemplo con $X_{max} < \frac{P_l}{2}$

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 7
500	0	0,00	30,00
475	25	14,29	40,00
450	50	28,57	50,00
425	75	42,86	60,00
400	100	57,14	70,00
375	125	71,43	80,00
365	135	77,14	84,00
355	145	82,86	88,00
345	155	88,57	92,00
335	165	94,29	96,00
325	175	100,00	100,00

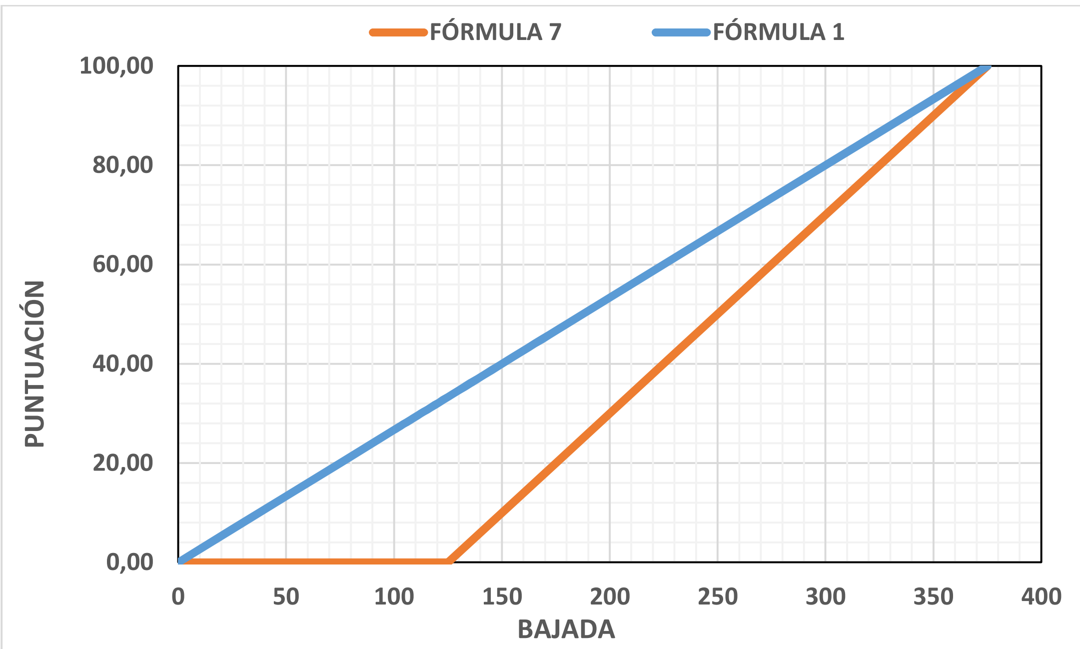
Y gráficamente:



Ejemplo con $X_{max} > \frac{P_l}{2}$

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 7
500	0	0,00	0,00
475	25	6,67	0,00
450	50	13,33	0,00
425	75	20,00	0,00
400	100	26,67	0,00
375	125	33,33	0,00
325	175	46,67	20,00
275	225	60,00	40,00
225	275	73,33	60,00
175	325	86,67	80,00
125	375	100,00	100,00

Y gráficamente:



Fórmula 8. Incremento sobre la oferta más cara. D=1

La fórmula es:

$$F_8(X) = Y = Y_{max}\left(1 - \frac{X_{max} - X}{P_l - X_{min}}\right)$$

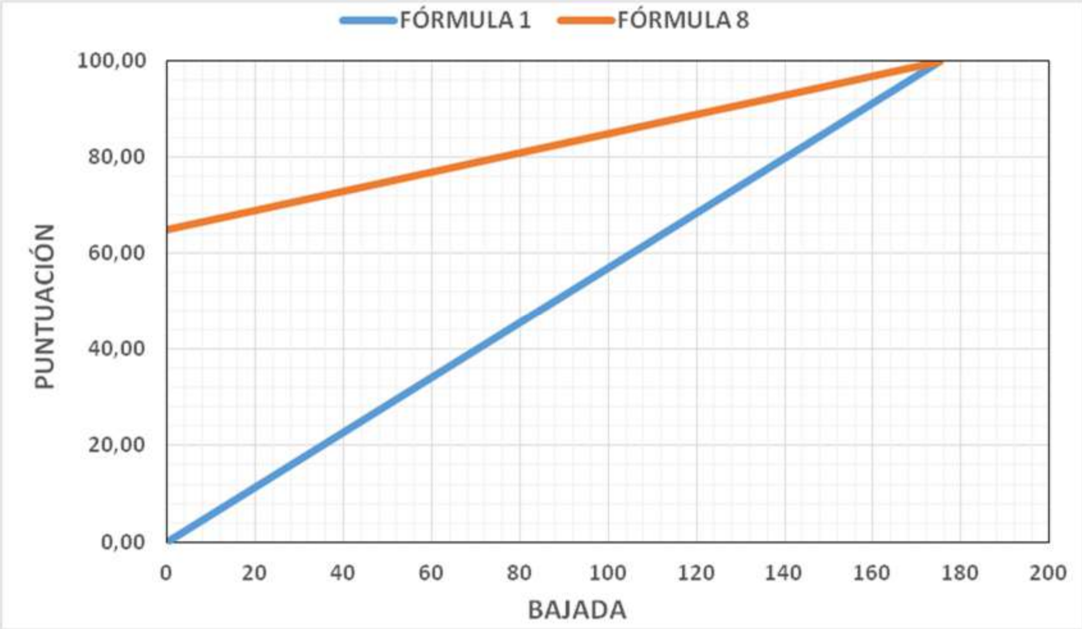
Como suele ser habitual la recta pasa por (X_{max}, Y_{max}). Por lo demás es un caso particular de la fórmula 4 con Y_g igual a $Y_{max}(1 - \frac{X_{max}}{P_l - X_{min}})$. Cabe distinguir dos casos:

- Bajadas "normales". Si $X_{max} < P_l - X_{min}$, es decir la mayor bajada no supera el precio más alto. Entonces la pendiente de la recta es menor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales se reducen.
- Bajadas "muy altas" (o "precio máximo pequeño"). Si $X_{max} > P_l - X_{min}$, es decir la mayor bajada supera el precio máximo. Entonces la pendiente de la recta es mayor que en la fórmula 1 y las diferencias entre ofertas numéricamente iguales aumentan. En este escenario podrían aparecer puntuaciones negativas (si $X < (X_{min} + X_{max}) - P_l$) en cuyo caso se asignará el valor 0, con lo que la fórmula constará de dos trazos lineales (el primero horizontal).

Ejemplo con bajadas "normales".

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 8
500	0	0,00	65,00
475	25	14,29	70,00
450	50	28,57	75,00
425	75	42,86	80,00
400	100	57,14	85,00
375	125	71,43	90,00
365	135	77,14	92,00
355	145	82,86	94,00
345	155	88,57	96,00
335	165	94,29	98,00
325	175	100,00	100,00

Y gráficamente:

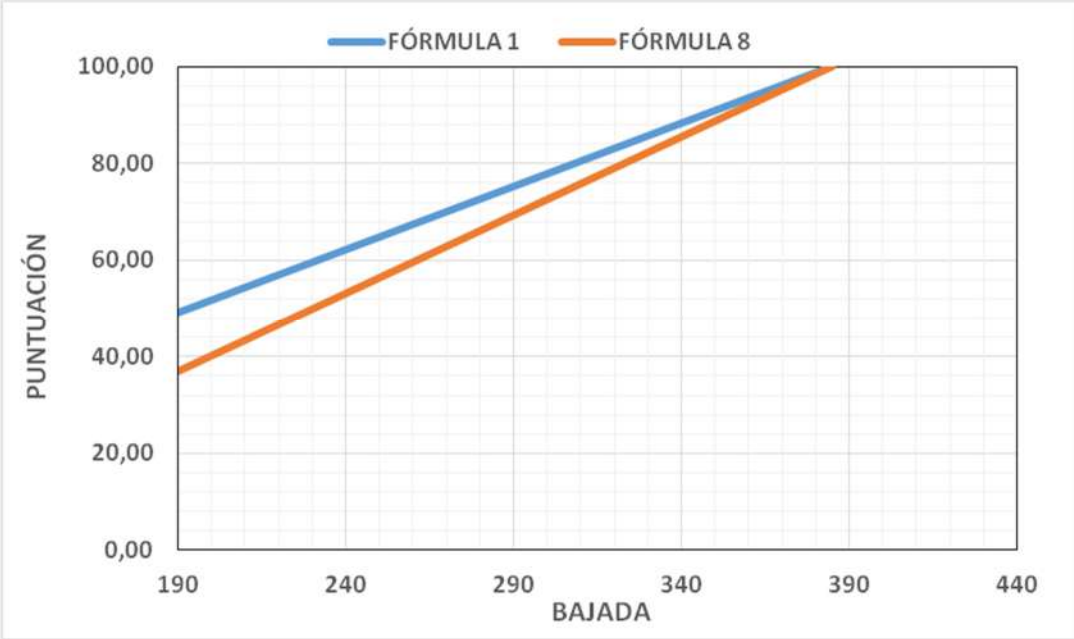


Ejemplo con bajadas "excepcionales o muy altas"

(Obsérvese que en este ejemplo $X_{max} > P_l - X_{min}$, dado que $385 > (500 - 190)$. Por tanto la pendiente de F_8 es mayor que la de F_1).

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 8
310	190	49,35	37,10
305	195	50,65	38,71
300	200	51,95	40,32
290	210	54,55	43,55
265	235	61,04	51,61
240	260	67,53	59,68
215	285	74,03	67,74
190	310	80,52	75,81
165	335	87,01	83,87
140	360	93,51	91,94
115	385	100,00	100,00

Y gráficamente:



Fórmula 9. Asignación a la bajada media

En esta fórmula se trabaja con la baja media o media aritmética de las bajadas. Se asigna a la oferta con la baja media (X_{med}) una puntuación Y_{med}. Como habitualmente (condición C5) se asigna la puntuación máxima a la oferta con la bajada máxima.

Para que la pendiente de la curva de evaluación sea inferior a la de la fórmula 1 hay que elegir Y_{med} como un porcentaje de Y_{max} tal que el valor asignado a X_{med} sea superior al que asignaría la fórmula 1: $Y_{med} > \left(\frac{X_{med}}{X_{max}}\right) Y_{max}$ de esta manera iguales diferencias numéricas en el precio producen menores diferencias en la puntuación (que las que produciría la fórmula 1)

$$F_9(X) = Y = Y_{med} + (X - X_{med}) \left(\frac{Y_{max} - Y_{med}}{X_{max} - X_{med}}\right)$$

Evidentemente para $X = X_{max}$ se obtiene Y_{max}. Para $X = X_{med}$ se obtiene Y_{med}

Se trata de un caso particular de la fórmula 4: con una elección adecuada de Y_{med} se puede “tumbar” más o menos la recta de puntuaciones.

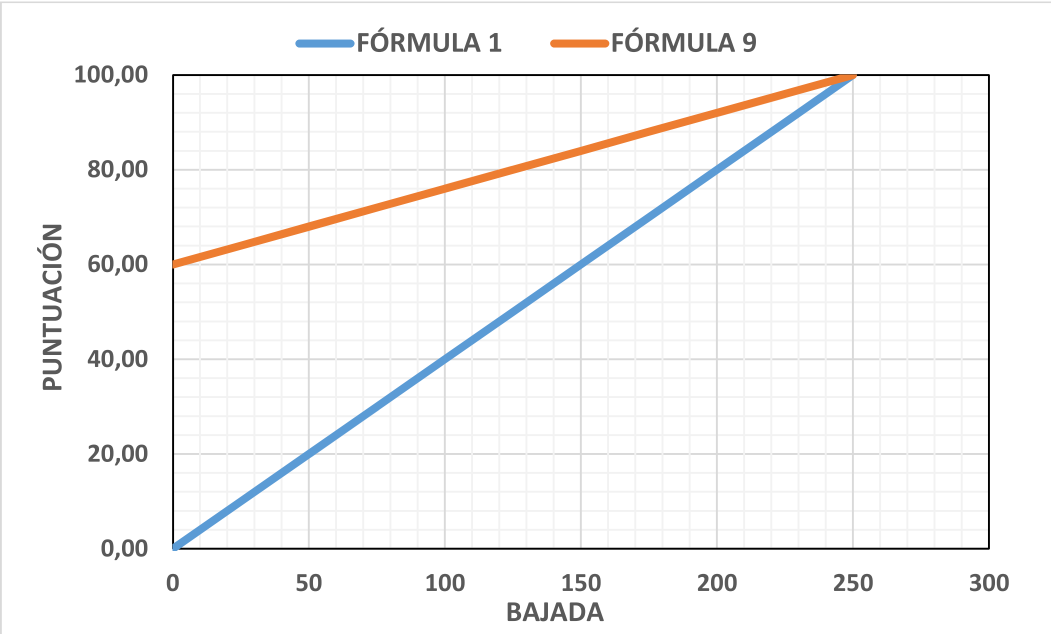
Ejemplo

(En este caso es $X_{med} = 125$ y asignamos $Y_{med} = 80$. Obsérvese que este valor es mayor que los 50 puntos que asignaría la fórmula 1)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 9
500	0	0,00	60,00
475	25	10,00	64,00
450	50	20,00	68,00
425	75	30,00	72,00
400	100	40,00	76,00
375	125	50,00	80,00
350	150	60,00	84,00
325	175	70,00	88,00
300	200	80,00	92,00
275	225	90,00	96,00
250	250	100,00	100,00

(La diferencia entre los puntos que asigna esta fórmula para sendas ofertas de valor 450 y 400 es de 8 puntos, frente a los 20 de la fórmula 1)

Y gráficamente:



Las fórmulas anteriores cumplen la condición C5 es decir asignan la máxima puntuación a la oferta con la máxima bajada. Recogemos a continuación dos fórmulas de evaluación que no necesariamente satisfacen esta condición.

Fórmula 10. Desviación sobre la bajada media.

Se trata de una fórmula lineal que –de forma general— no pasa por el punto (X_{max}, Y_{max}). Asigna $\frac{Y_{max}}{2}$ a la oferta media (u otra cantidad Y_{med}) y resta o suma un número de puntos igual a un porcentaje D de $\frac{Y_{max}}{2}$ (o de Y_{med}) por cada punto unitario de variación de la oferta que se evalúa respecto a la oferta media (de bajada X_{med}).

$$F_{10}(X) = Y = \left(\frac{Y_{max}}{2}\right)\left(1 - D\frac{X_{med} - X}{P_l - X_{med}}\right)$$

Obsérvese que la fórmula es muy similar a las que hemos denominado fórmulas lineales generales. Asimismo es fácil deducir que F_9 es un caso particular de F_{10} (comparamos ambas fórmulas en el ejemplo, en le buen entendimiento de que con una correcta elección de D podrían coincidir)

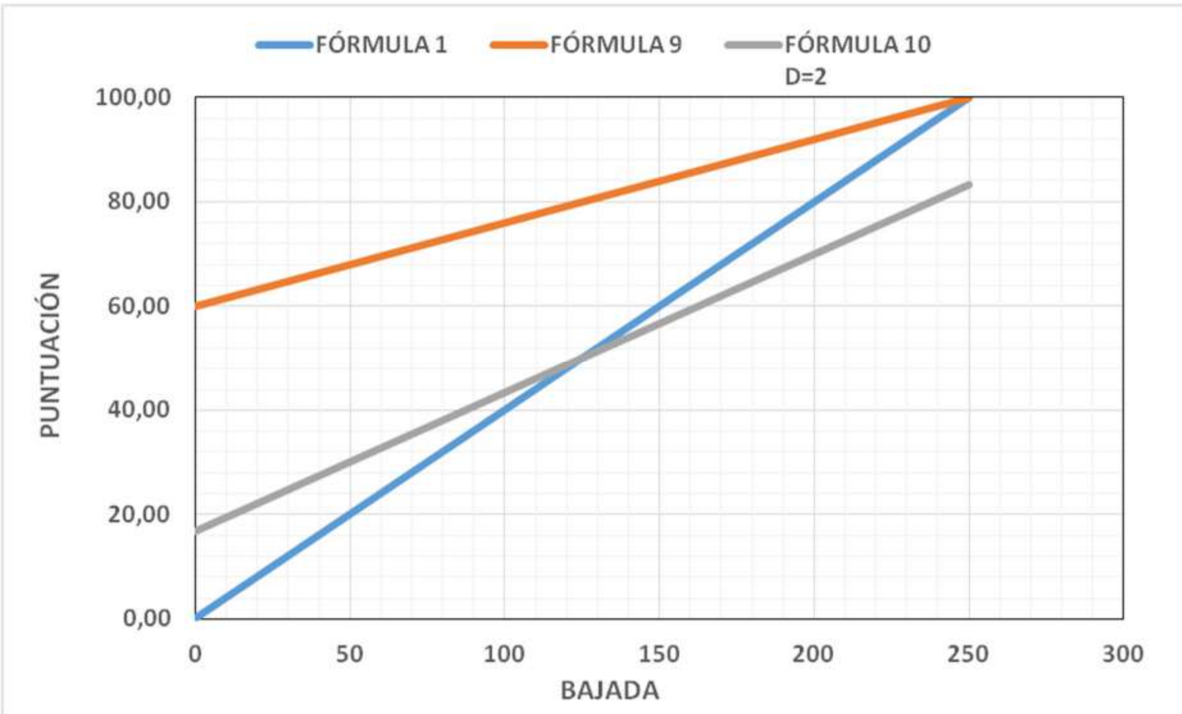
Esta fórmula pasa por el punto $\left(X_{med}, \frac{Y_{max}}{2}\right)$ (o (X_{med}, Y_{med})). Además la fórmula asigna el valor $\frac{Y_{max}}{2}(1+D)$ a una teórica oferta con $X = P_l$ (es decir a precio 0).

Ejemplo

En este caso es $X_{med} = 125$

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 9	FÓRMULA 10 D=2
500	0	0,00	60,00	16,67
475	25	10,00	64,00	23,33
450	50	20,00	68,00	30,00
425	75	30,00	72,00	36,67
400	100	40,00	76,00	43,33
375	125	50,00	80,00	50,00
350	150	60,00	84,00	56,67
325	175	70,00	88,00	63,33
300	200	80,00	92,00	70,00
275	225	90,00	96,00	76,67
250	250	100,00	100,00	83,33

Y gráficamente:



Fórmula 11. Corrección de la fórmula 1.

La fórmula 1 asigna puntuación a la oferta con menor bajada (o al presupuesto más caro), y la puntuación máxima a la oferta con mayor bajada (mínimo precio). Pues bien, algunos organismos deciden hacer pasar la curva de evaluación por los puntos $(X_{min}, 0)$ y (X_{max}, Y_{max}); es decir asignar cero puntos a la oferta más cara. De esta forma el recorrido de la función de evaluación (diferencia entre mayor y menor puntuación) es siempre igual a Y_{max}.

Analíticamente:

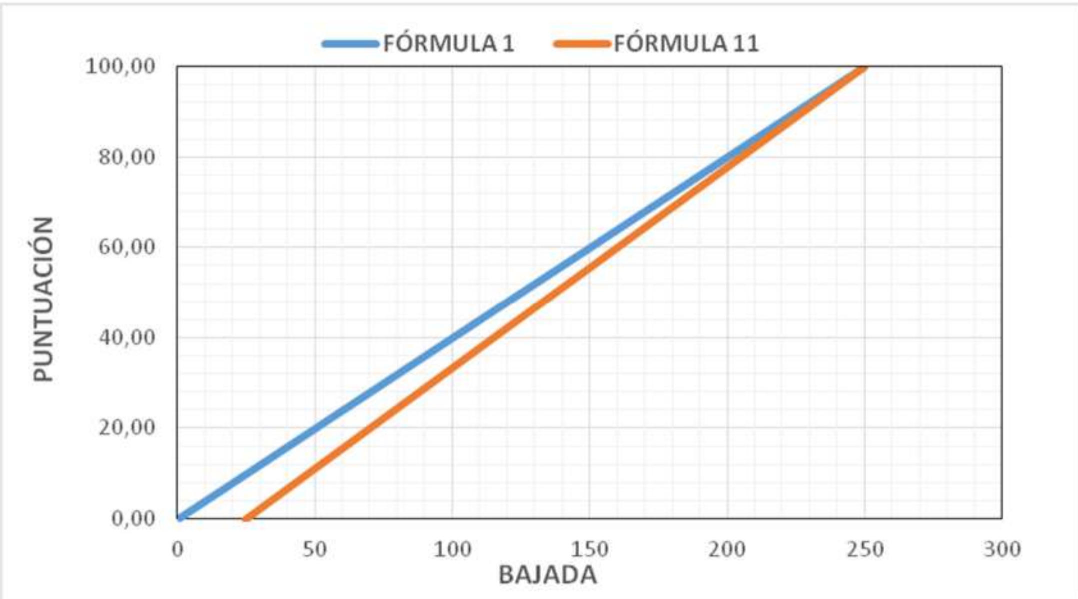
$$F_{11}\ (X) = Y = Y_{max}\ (\frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}})$$

Si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$ y si $X = X_{min}$ entonces $Y = 0$.

Ejemplo.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 11
475	25	10,00	0,00
470	30	12,00	2,22
450	50	20,00	11,11
425	75	30,00	22,22
400	100	40,00	33,33
375	125	50,00	44,44
350	150	60,00	55,56
325	175	70,00	66,67
300	200	80,00	77,78
275	225	90,00	88,89
250	250	100,00	100,00

Y gráficamente:



(En este caso la baja mínima es distinta de 0 pero la puntuación de esta oferta es 0).

Contrariamente a las fórmulas lineales anteriores esta fórmula incrementa, respecto a la fórmula 1, las diferencias de puntuación entre ofertas numéricamente iguales. (La diferencia entre los puntos que asigna esta fórmula para sendas ofertas de valor 450 y 400 es de 22,22 puntos, frente a los 20 de la fórmula 1).

Obsérvese que la fórmula coincide con la fórmula 4 con ordenada en el origen negativa (o cero). En concreto $Y_g = -Y_{max}\left(\frac{X_{min}}{X_{max} - X_{min}}\right)$

4. Fórmulas compuestas y paramétricas

Comoquiera que las diferentes fórmulas recogidas anteriormente se comportan de forma muy diferentes en función de las características de las ofertas, el organismo licitar puede preferir una estrategia diferente para por ejemplo ofertas muy agrupadas o para ofertas con bajadas muy pequeñas, o para ofertas con bajadas muy altas. Una forma de capturar este hecho sería usar una *fórmula compuesta* que aplicase una u otra de las fórmulas anteriores en función de los datos de partida o de uno varios parámetros.

Mostramos a continuación varias fórmulas paramétricas, es decir cuyo resultado depende de un parámetro (o varios) que se elige/n por el decisor. En este caso se trata de límites a las bajas extremas o elecciones según la dispersión.

Fórmula 12. Introducción de un límite inferior para la máxima bajada

Uno de los problemas de la fórmula 1 es que en el caso de que las ofertas se concentren con bajadas absolutas muy pequeñas, diferencias de precio mínimas pueden conducir a diferencias notabilísimas de puntuación. Obsérvese que la pendiente de la recta ($\frac{Y_{max}}{X_{max}}$) es muy grande para valores pequeños de la bajada más alta.

Ya se ha discutido como la mayoría de las fórmulas lineales propuestas hasta ahora palían este problema cambiando dicha pendiente ("tumbando la recta") de dos formas:

- Manteniendo el punto (X_{max}, Y_{max}) lo que implica que la ordenada en el origen de la recta de evaluación deberá ser positiva (llamémosla Y_g) con lo que la pendiente de la recta disminuye (pasa de $\frac{Y_{max}}{X_{max}}$ a $\frac{Y_{max}-Y_g}{X_{max}}$)
- O si se la recta de evaluación pasa por $(0{,}0)$, entonces la puntuación asignada a X_{max} es inferior a Y_{max} (llamémosla Y'_{max}). (La pendiente ahora pasa a ser $\frac{Y'_{max}}{X_{max}}$)
- En ambos casos el recorrido de la función (recta) de evaluación (diferencia entre la máxima puntación asignada y la mínima) es menor que Y_{max}. En concreto en el primer caso es $Y_{max} - Y_g$, y en el segundo es Y'_{max}.

Otra forma de paliar el problema (usada en la Diputación de Valladolid) es "limitar" la pendiente máxima de forma que si la máxima bajada es menor que un determinado valor (X_{lim}) –es decir si todas las ofertas son próximas al precio base de licitación— se fuerza la pendiente como $\frac{Y_{max}}{X_{lim}}$. Dicho de otra forma, la fórmula asigna la máxima puntuación a la oferta con mayor bajada solamente si esta no es menor que la bajada límite, que establece la cuantía de una oferta ficticia por debajo de la cual las diferencias de precio son irrelevantes.

Escribimos la fórmula que satisface este requisito con dos expresiones equivalentes:

$$F_{12}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X^*_{max}}\right)$$

$$Caso\ 1: Si\ X_{max} > X_{lim} \qquad X^*_{max} = X_{max}$$

$$Caso\ 2: Si\ X_{max} < X_{lim} \qquad X^*_{max} = X_{lim}$$

El caso 1 coincide con la fórmula general 1.

Para el caso 2, la recta pasa por (X_{lim}, Y_{max}). Si $X_{max} < X_{lim}$ no se asigna el valor máximo a la oferta más baja, sino $Ymax\left(\frac{X_{max}}{X_{lim}}\right)$ con lo que el recorrido de la función de evaluación –que es $Y_{max}\left(\frac{X_{max}-X_{min}}{X_{lim}}\right)$— es de nuevo inferior a Y_{max}

Otra forma de expresar la fórmula es la siguiente:

$$F_{12}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{max(X_{max}, X_{lim})}\right)$$

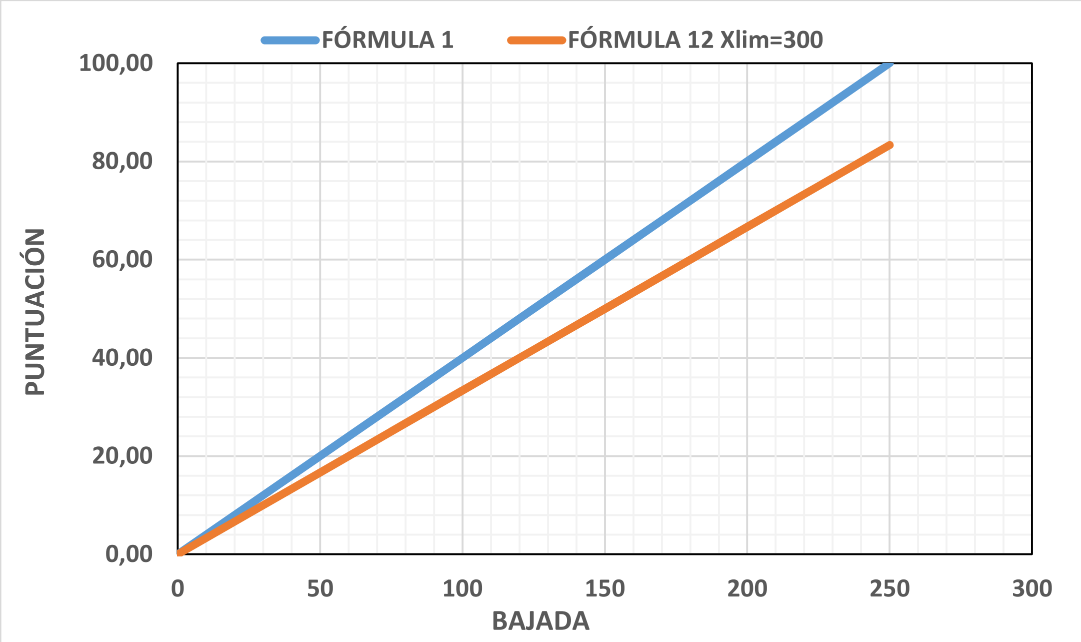
Evidentemente si $X_{max} > X_{lim}$ se tiene la fórmula 1.

Ejemplo

Establecemos $X_{lim} = 300$. Obsérvese que X_{max} es menor que X_{lim}

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 12 X_{lim}=300
500	0	0,00	0,00
475	25	10,00	8,33
450	50	20,00	16,67
425	75	30,00	25,00
400	100	40,00	33,33
375	125	50,00	41,67
350	150	60,00	50,00
325	175	70,00	58,33
300	200	80,00	66,67
275	225	90,00	75,00
250	250	100,00	83,33

Y gráficamente:



Con relación a la fórmula 1, esta fórmula reduce las diferencias de puntuación asignadas a ofertas numéricamente iguales, o en todo caso las deja inalteradas (si X_{max} es mayor que X_{lim},. Por ejemplo, la diferencia entre los puntos que asigna esta fórmula para sendas ofertas de valor 450 y 400 es de 16,66 puntos, frente a los 20 de la fórmula 1.

Fórmula 13. Introducción de límites superior e inferior para la máxima bajada

Una generalización de la fórmula anterior define dos parámetros: un límite inferior para la bajada máxima (como en la fórmula anterior) y un límite superior para la bajada máxima, denominado comúnmente umbral de saciedad, a partir del cual mejoras económicas (mayores bajadas) no comportan mejoras de puntuación.

Analíticamente:

$Caso\ 1{:}\ Si\ X_{max} < X_{lim}$ $\qquad F_{13}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{lim}}\right)$

$Caso\ 2{:}\ Si\ X_{lim} < X_{max} < X_{sac}$ $\qquad F_{13}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{max}}\right)$

$Caso\ 3{:}\ Si\ X_{sac} < X_{max}$ $\qquad F_{13}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{sac}}\right) \quad si\ X < X_{sac}$

$$F_{13}(X) = Y = Y_{max} \qquad si\ X > X_{sac}$$

Por tanto cabe distinguir tres posibles casos dependiendo de los parámetros:

- Si las bajadas son “pequeñas” es decir la máxima bajada es menor que el valor X_{lim} se limita la pendiente de la recta a $\frac{Y_{max}}{X_{lim}}$ (fórmula 12)
- Si las bajadas son “normales” se aplica la fórmula 1 (recta de pendiente $\frac{Y_{max}}{X_{max}}$)
- Para bajadas muy grandes la curva de evaluación se compone de dos tramos lineales (más adelante analizamos más fórmulas multilineales). Una recta de

pendiente $\frac{Y_{max}}{X_{sac}}$ y una recta horizontal que pasa por Y_{max} que es la puntuación asignada a ofertas con bajadas por encima del umbral de saciedad.

Fórmula 14. Fórmula multiparamétrica.

Se trata de la fórmula empleada por el Ayuntamiento de Alcobendas: se establecen varios tramos según el montante de la bajada media (X_{med}) a los que se asigna una puntuación máxima a asignar (Y_{max}^{i}). En cada tramo se aplica la fórmula 1 con la antedicha puntuación máxima.

La expresión formal de la fórmula es la que sigue:

Dados los valores X_{inf}^{i}, X_{sup}^{i} e Y_{max}^{i}, de $i = 1\ a\ N$, con $X_{inf}^{1} = 0 \ \ y \ \ X_{sup}^{N} = P_l$.

Calcular X_{med} y determinar Y_{max}^{*} como sigue:

Buscar i tal que $X_{inf}^{i} \le X_{med} < X_{sup}^{i}$ y establecer Y_{max}^{*}=Y_{max}^{i}.

Evaluar con:

$$F_{14}(X) = Y = X\,\frac{Y_{max}^{*}}{X_{max}}$$

Ejemplo

Sean los tramos y puntuaciones máximas los de la siguiente tabla

Límite superior X_{inf} (% de P_l)	Tramo ($X_{inf} \le X_{med} < X_{sup}$)	Límite superior X_{sup} (% de P_l)	Puntuación máxima (% de Y_{max})
0%	1	3%	15%
3%	2	6%	30%
6%	3	9%	50%
9%	4	12%	60%
12%	5	15%	70%
15%	6	18%	80%
18%	7	21%	90%
21%	8	24%	100%

Si por ejemplo fuese $X_{med} = 17\%\ de\ P_l$ estaríamos en el tramo $i = 6$ y por tanto:

Y_{max}^{*}=$Y_{max}^{6} = 0{,}8Y_{max}$ y aplicaríamos: $F_{14}(X) = X\,\frac{0{,}8Y_{max}}{X_{max}}$

Fórmula 15. Elección basada en la dispersión de los datos.

Una fórmula empleada en ciertas ocasiones (e.g. Ministerio de Fomento) evalúa las ofertas según la fórmula 1 (lineal) o la fórmula 2 (no lineal), dependiendo de la dispersión de las mismas.

La dispersión se mide habitualmente por la desviación típica:

$\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\right)\sum_1^N (X_i - X_{med})^2}$ o alternativamente $\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\right)\left(\sum_1^N (X_i^2) - N(X_{med})^2\right)}$

Dónde N es el número total de ofertas admitidas y X_i la bajada absoluta de cada oferta admitida.

La expresión de la fórmula sería:

- Si $\sigma < dP_l$ (es decir la dispersión de los datos es inferior al $100d\%$ del precio de licitación):

$$F_{15}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{P_l - X_{max}}{P_l - X}\right)$$

- Si no (datos más dispersos)

$$F_{15}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{max}}\right)$$

5. Fórmulas multilineales

Una estrategia para evitar "las patologías" de las expresiones anteriores consiste en asignar las puntuaciones mediante fórmulas distintas en tramos diferentes del dominio de evaluación (es decir en $[0, X_{max}]$ o eventualmente en $[X_{min}, X_{max}]$). Si la fórmula es lineal en cada tramo tendemos una fórmula multilineal. Ya se han comentado algunos casos que aparecen por ejemplo cuando la fórmula asigna puntuaciones negativas y se sustituye la función original por $Y = 0$, que en la *curva* de evaluación constituye un tramo de recta horizontal. Existe incluso la posibilidad de emplear una fórmula lineal en un tramo y progresiva –no lineal— en otro.

Fórmula 16. Fórmula multilineal con umbrales mínimo y máximo.

Se trata de una fórmula en tres tramos (lineales). Se utiliza como valor de referencia la media aritmética de las bajadas (o bajada media, X_{med}). Es empleada, por ejemplo, en el Instituto Nacional de Estadística, Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad (MSSSI), la AECID y otros organismos de la Administración del Estado.

En el primer tramo establecemos una cota o umbral que es la puntuación mínima que alcanzan todas las ofertas con una bajada "pequeña" (entre cero y un límite inferior). (Obsérvese que por tanto todas las ofertas alcanzan puntos, lo que puede originar alguna controversia).

El segundo tramo es una recta creciente entre la bajada correspondiente al límite inferior y otra bajada correspondiente a un determinado límite superior.

En el tercer tramo se establece un umbral (de *saciedad*) a partir del cual no se asignan puntos adicionales. Es decir todas las ofertas con bajadas por encima del umbral de saciedad puntúan igual.

Los límites inferior y superior se establecen en función, y alrededor, de la bajada media. A esta oferta se le asigna una puntuación Y_{med} que es un porcentaje de la máxima puntuación, es decir $Y_{med} = \kappa Y_{max}$).

Analíticamente

$$Sean\ \alpha, \beta\ y\ \kappa\ tres\ parámetros\ pertenecientes\ a\ [0,1]$$

$$Tramo\ 1\ Si\ 0 \leq X \leq (1-\beta)X_{med} \qquad F_{16}(X) = Y = (1-\alpha)Y_{med}$$

$$Tramo\ 2.\ \text{Si}\ (1-\beta)X_{med} \leq X \leq (1+\beta)X_{med} \quad F_{16}(X) = Y = \frac{\alpha Y_{med}}{\beta X_{med}} X + \frac{Y_{med}(\beta-\alpha)}{\beta}$$

$$Tramos\ 3\ Si\ X > (1+\beta)X_{med} \qquad F_{16}(X) = Y = (1+\alpha)Y_{med}$$

$$Si\ F_{16}(X) \leq\ 0\ entonces\ F_{16}(X) = 0\ y\ si\ F_{16}(X) \geq Y_{max}\ entonces\ F_{16}(X) = Y_{max}$$

Ejemplo

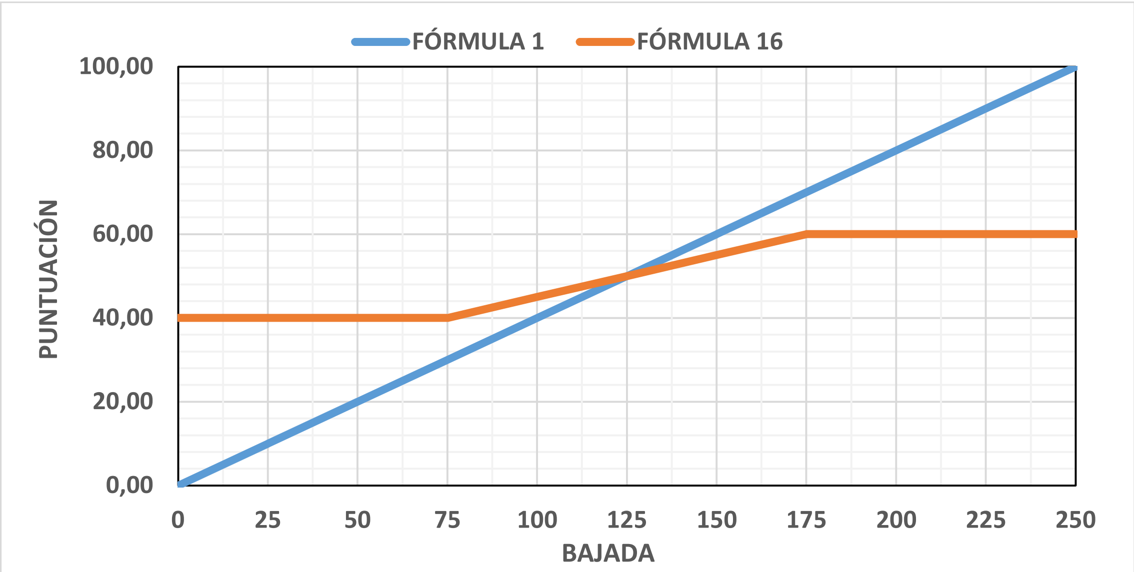
Los parámetros elegidos son:

- $\kappa = 0{,}5$. Es decir asignamos a la oferta media un 50% de la puntuación máxima
- $\beta = 0{,}4$. Es decir el límite inferior es el 60% de la baja media y el límite superior el 140% de la baja media. Estos límites definen los umbrales.
- $\alpha = 0{,}2$. Es decir a todas las ofertas con bajadas menores al 60% de la bajada media (límite inferior) les asignamos el 80% de los puntos asignados a la baja media. A las ofertas con bajadas superiores al 140% de la bajada media (límite superior) les asignamos el 120% de los puntos asignados a la baja media.

  Los valores en tabla son:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 16
500	0	0,00	40,00
475	25	10,00	40,00
450	50	20,00	40,00
425	75	30,00	40,00
400	100	40,00	45,00
375	125	50,00	50,00
350	150	60,00	55,00
325	175	70,00	60,00
300	200	80,00	60,00
275	225	90,00	60,00
250	250	100,00	60,00

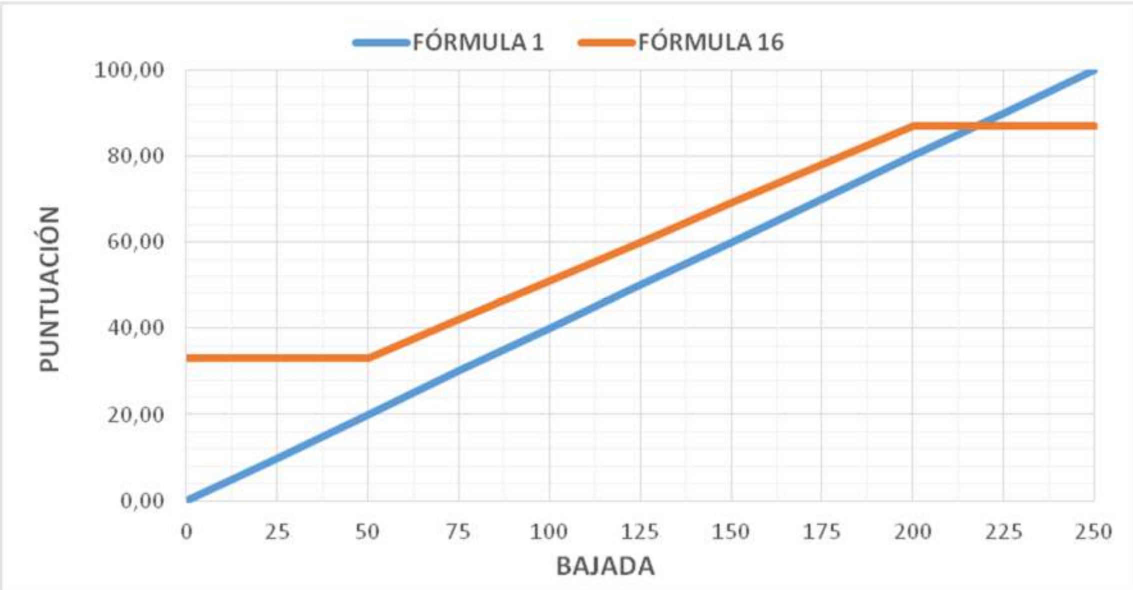
Y gráficamente:



Cambiando la parametrización a $\kappa = 0{,}6$; $\beta = 0{,}6$ y $\alpha = 0{,}45$, se obtiene.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 16
500	0	0,00	33,00
475	25	10,00	33,00
450	50	20,00	33,00
425	75	30,00	42,00
400	100	40,00	51,00
375	125	50,00	60,00
350	150	60,00	69,00
325	175	70,00	78,00
300	200	80,00	87,00
275	225	90,00	87,00
250	250	100,00	87,00

Y gráficamente:



La ventaja de esta fórmula es que es "muy parametrizable" dado que dispone de tres grados de libertad para adecuar la evaluación priorizando los factores que la institución considere más relevantes. La fórmula asigna valores linealmente alrededor de la oferta con bajada media y "trata igual" a ofertas muy alejadas de la media (por muy baratas o muy caras).

Dado que la oferta media es desconocida a priori la fórmula anterior evita que los licitadores simulen y especulen con los precios.

El recorrido de la curva de evaluación o diferencia entre la máxima y mínima puntuación asignadas es $2\alpha Y_{med}$, es decir $2\alpha\kappa Y_{max}$, en lugar de Y_{max}

(En los ejemplos anteriores la diferencia entre la mayor y menor puntuación sería de: 2 x 0,5 x 0,2 x 100 es decir 20 puntos, 2 x 0,45 x 0,6 x 100 es decir 54 puntos, en el primer y segundo caso respectivamente).

Fórmula 17. Dos tramos alrededor de la baja media

Es una fórmula "centrada" en X_{med}: para valores de X superiores a X_{med} (bajadas altas) usa la fórmula 9 que es la recta que pasa por (X_{med}, Y_{med}), y (X_{max}, Y_{max}). Para valores por debajo de X_{med} asigna puntuaciones proporcionales pasando por el origen. Analíticamente:

$$Si\ X < X_{med} \qquad F_{17}\ (X) = Y = X(\frac{Y_{med}}{X_{med}})$$

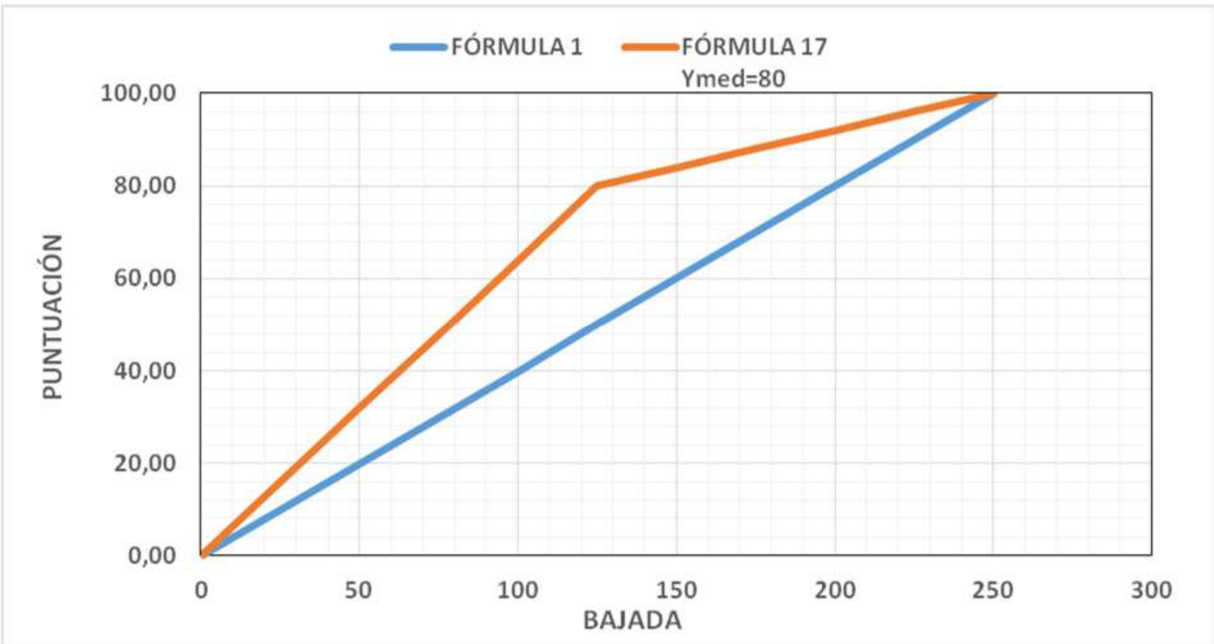
$$Si\ X \geq X_{med} \qquad F_{17}\ (X) = Y\ = Y_{med} + (X - X_{med}\ )\left(\frac{Y_{max} - Y_{med}}{X_{max} - X_{med}}\right)$$

Ejemplo

Presentamos a continuación un ejemplo con $Y_{med} = 80$ (con $Y_{max} = 100$)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 17 Y_{med}=80
500	0	0,00	0,00
475	25	10,00	16,00
450	50	20,00	32,00
425	75	30,00	48,00
400	100	40,00	64,00
375	125	50,00	80,00
350	150	60,00	84,00
325	175	70,00	88,00
300	200	80,00	92,00
275	225	90,00	96,00
250	250	100,00	100,00

Y gráficamente:



Fórmula 18. Dos tramos alrededor de la baja media modificada.

Se trata de una variación de la fórmula anterior empleada en la Consejería de Hacienda de la Junta de Castilla y León.

Si el número de ofertas válidas, N, es mayor que un parámetro prefijado, M; es decir el número de ofertas es elevado, se aplica la fórmula 17. En caso contrario (es decir $N < M$) se introducen $M - N$ ofertas ficticias con valores numéricos (expresados en precio) altos/bajos para desplazar la bajada media a la izquierda/derecha. Por ejemplo con $M = 20$ introducimos $20 - N$ ofertas "altas" (e.g. con $P = 0{,}95P_l$ o $X = 0{,}05P_l$). Analíticamente:

$F_{18}\,(X) = Y = F_{17}(X)$ con X_{med} calculado como sigue:

$$Si\ N \geq 20 \qquad X_{med} = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} X_i$$

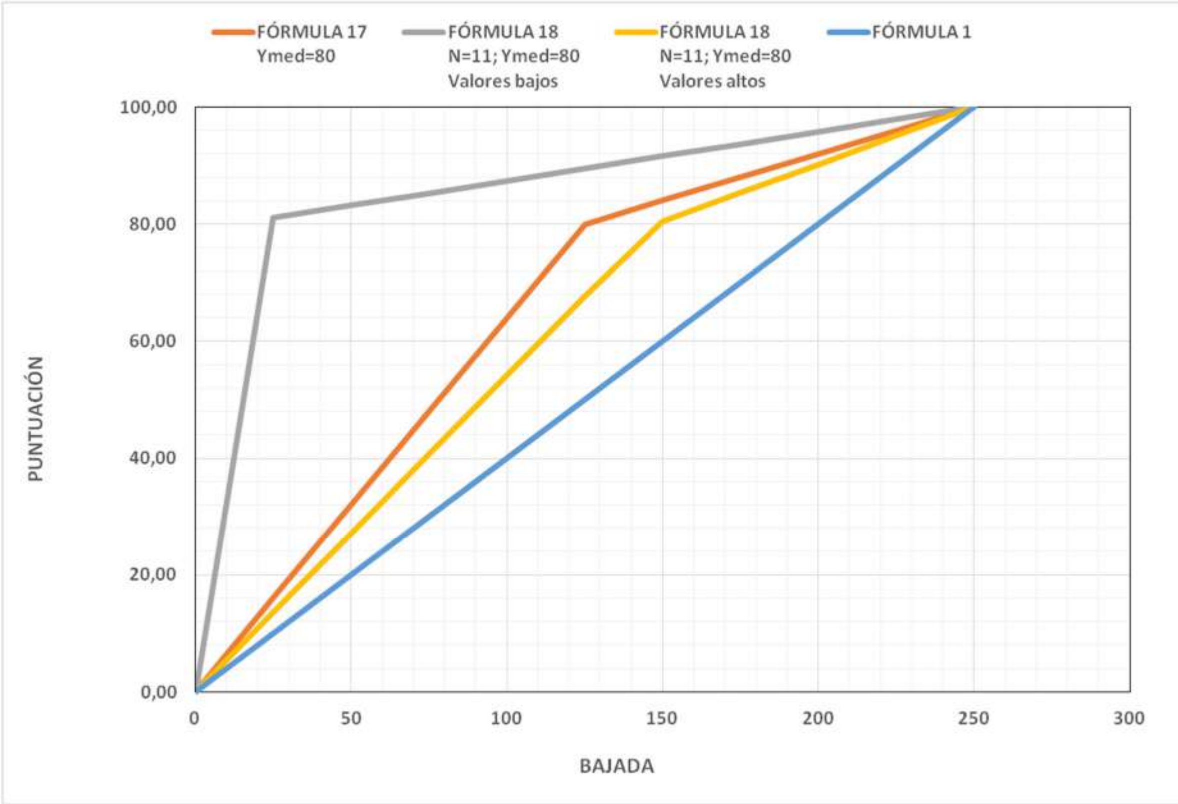
$$Si\ N < 20 \qquad X_{med} = \frac{(20 - N)0{,}05P_l + \sum_1^N X_i}{20}$$

Ejemplo

Presentamos a continuación un ejemplo con $N = 11$, $Y_{med} = 80$ (con $Y_{max} = 100$). Se han recogido las evaluaciones para valores ficticios con bajadas pequeñas es decir precios altos ($P = 0{,}95P_l$ o $X = 0{,}05P_l$) y con valores ficticios con bajadas altas, es decir precios bajos ($P = 0{,}35P_l$ o $X = 0{,}65P_l$).

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 17 Y_{med}=80	FÓRMULA 18 N=11; Y_{med}=80 Valores bajos	FÓRMULA 18 N=11; Y_{med}=80 Valores altos
500	0	0,00	0,00	0,00	0,00
475	25	10,00	16,00	81,05	13,56
450	50	20,00	32,00	83,16	27,12
425	75	30,00	48,00	85,26	40,68
400	100	40,00	64,00	87,37	54,24
375	125	50,00	80,00	89,47	67,80
350	150	60,00	84,00	91,58	80,49
325	175	70,00	88,00	93,68	85,37
300	200	80,00	92,00	95,79	90,24
275	225	90,00	96,00	97,89	95,12
250	250	100,00	100,00	100,00	100,00

Gráficamente:



Fórmula 19. Dos tramos alrededor de la baja media con re-escalado.

Se trata de una fórmula desarrollada por la Universidad de Santiago de Compostela (USC) para la Diputación de La Coruña.

La fórmula se aplica en dos etapas:

Etapa 1: Cálculo de una valoración previa W

Se aplica la fórmula 17 con $W_{max} = \left(\frac{X_{max}-X_{min}}{P_l}\right) Y_{max}$ y eligiendo $W_{med} = \alpha W_{max}$ (Con $0 < \alpha \leq 1$)

$$Si\ X < X_{med} \qquad FP\ \ (X) = W = X\left(\frac{W_{med}}{X_{med}}\right)$$

$$Si\ X \geq X_{med} \qquad FP\ \ (X) = W\ \ =\ \ W_{med} + (X - X_{med}\ )\left(\frac{W_{max} - W_{med}}{X_{max} - X_{med}}\right)$$

Etapa 2: Cálculo de la valoración final Y

Se trata de cambiar la escala de las puntuaciones y ubicarlas en el intervalo $[0, Y_{max}]$. Para ello se suma a la valoración previa FP una función lineal (recta) de manera que:

$$F_{19}(X) = Y = FP\ (X) + (Y_{max} - W_{max})\left(\frac{X}{X^*_{max}}\right)$$

Donde

$X^*_{max} = 0{,}2P_l \qquad\qquad si\ X_{max} < 0{,}2P_l$

$X^*_{max} = X_{max} \qquad\qquad si\ X_{max} \geq 0{,}2P_l$

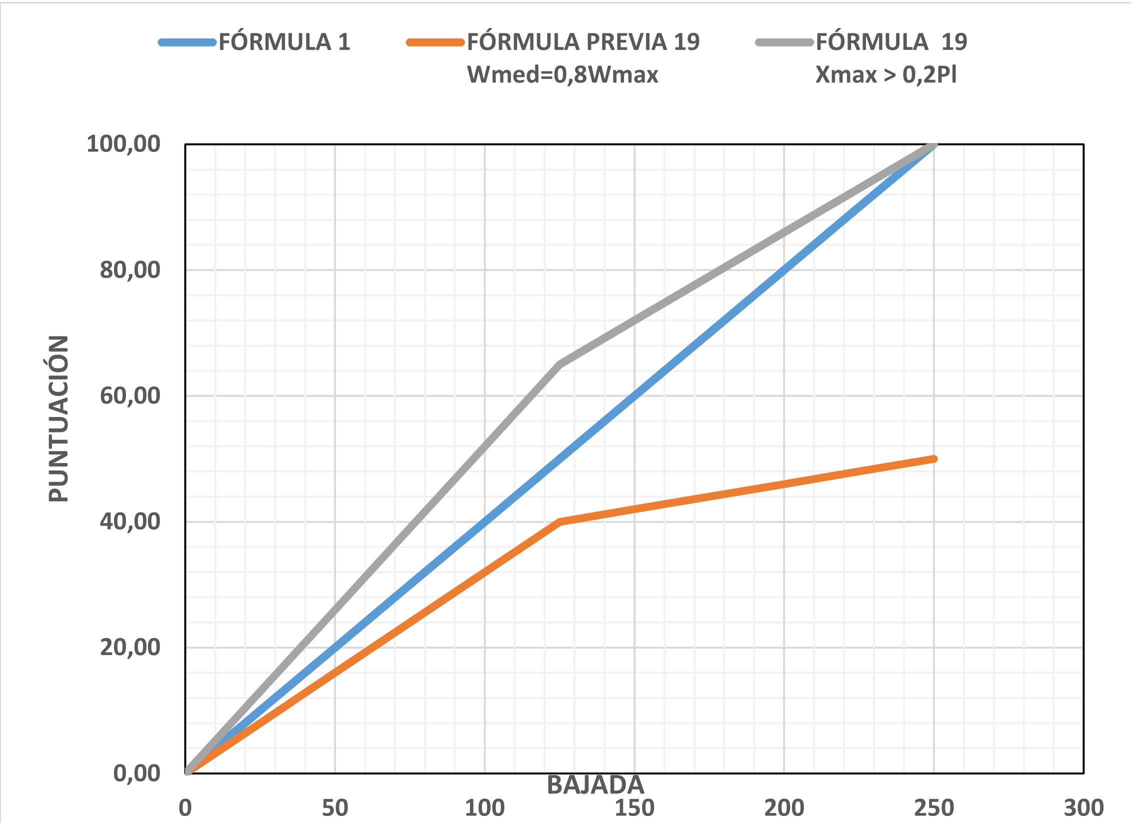
Obsérvese que sólo en el caso de bajadas “grandes” es decir $X_{max} \geq 0{,}2P_l$ se tiene que la puntuación para X_{max} es Y_{max} (dado que $FP\ (X_{max}) = W_{max}$).

Ejemplo

Elegimos $W_{med} = 0{,}8W_{max}$. Para bajadas “elevadas” (en el ejemplo es $X_{max} = 0{,}5P_l$)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA PREVIA 19 W_{med}=0,8W_{max}	FÓRMULA 19 X_{max} > 0,2P_l
500	0	0,00	0,00	0,00
475	25	10,00	8,00	13,00
450	50	20,00	16,00	26,00
425	75	30,00	24,00	39,00
400	100	40,00	32,00	52,00
375	125	50,00	40,00	65,00
350	150	60,00	42,00	72,00
325	175	70,00	44,00	79,00
300	200	80,00	46,00	86,00
275	225	90,00	48,00	93,00
250	250	100,00	50,00	100,00

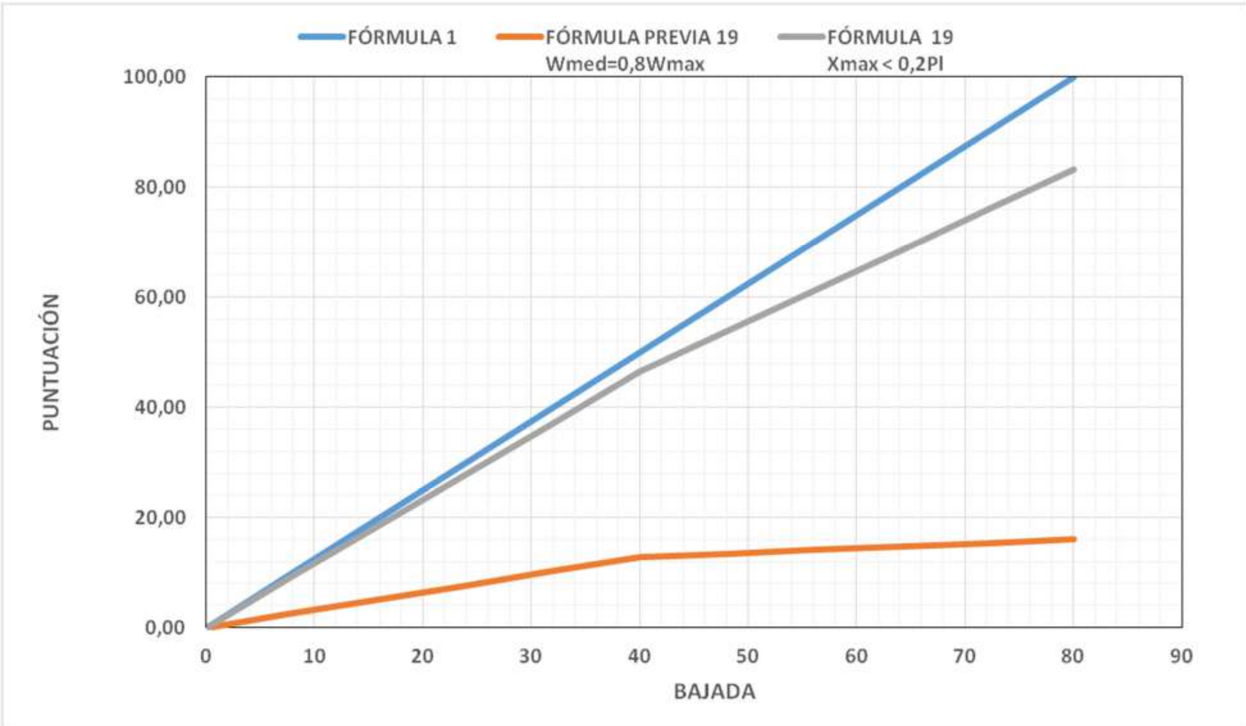
Y gráficamente:



Y con bajadas “bajas” (en el ejemplo es $X_{max} = 0{,}16P_l$)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA PREVIA 19 W_{med}=0,8W_{max}	FÓRMULA 19 X_{max} < 0,2P_l
500	0	0,00	0,00	0,00
492	8	10,00	2,56	9,28
484	16	20,00	5,12	18,56
476	24	30,00	7,68	27,84
468	32	40,00	10,24	37,12
460	40	50,00	12,80	46,40
452	48	60,00	13,44	53,76
444	56	70,00	14,08	61,12
436	64	80,00	14,72	68,48
428	72	90,00	15,36	75,84
420	80	100,00	16,00	83,20

Y gráficamente:



Fórmula multilineal general.

(Esta fórmula es empleada, por ejemplo, por el Departamento de Informática Tributaria de la Agencia Tributaria).

En una fórmula multilineal genérica se consideran varios tramos de bajada, numerados desde $i = 1\ a\ N$, y en cada uno de ellos se establece una puntuación máxima a asignar que –para asegurar la continuidad de la curva de evaluación— es la mínima del tramo anterior. En cada tramo se aplica una fórmula lineal creciente.

Analíticamente:

Dados $X_i\ e\ Y_i$ de $i = 0\ a\ N$, con $X_0 = 0;\ X_N = P_l;\ Y_0 = 0\ e\ Y_N = Y_{max}$

Determinar i tal que: $X_{i-1} \leq X < X_i$

Y evaluar con: $F_{ML}\ (X) = Y\ =\ Y_{i-1} + (X - X_{i-1}\ ) \left(\frac{Y_i - Y_{i-1}}{X_i - X_{i-1}}\right)$

Cabe destacar que la fórmula anterior es independiente de los valores reales de las bajadas (por tanto el licitador puede conocer su puntuación *a priori*) y además la fórmula no asigna la puntuación máxima a la máxima bajada (salvo que esta coincida con el precio de licitación, es decir el precio del ofertante sea cero).

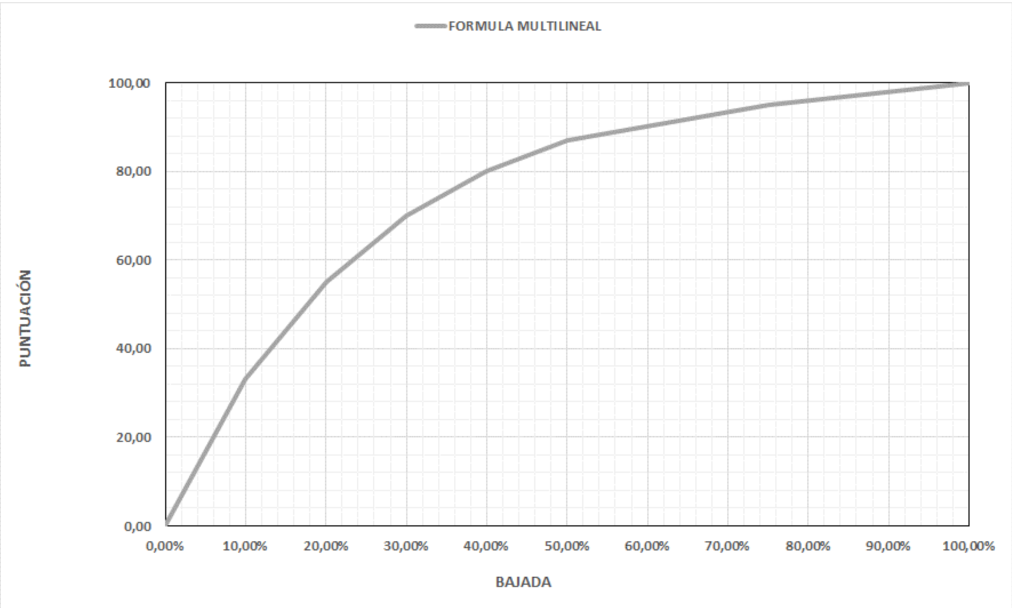
Normalmente la pendiente de los tramos va en disminución de manera que se minimizan las diferencias para bajadas altas, y de hecho la fórmula en cuestión simula una fórmula progresiva (ver a continuación).

Ejemplo

Sean los datos (tramos y puntuaciones máximas) los de la siguiente tabla:

TRAMO	TRAMOS DE DESCUENTO Extremo INFERIOR X_{i-1}	TRAMOS DE DESCUENTO Extremo SUPERIOR X_i	PUNTACIÓN MÁXIMA EN EL TRAMO Y_i	PENDIENTE del TRAMO $(Y_i-Y_{i-1})/(X_i-X_{i-1})$
		0,00%	0,00	
1	0,00%	10,00%	33,00	3,30
2	10,00%	20,00%	55,00	2,20
3	20,00%	30,00%	70,00	1,50
4	30,00%	40,00%	80,00	1,00
5	40,00%	50,00%	87,00	0,70
6	50,00%	75,00%	95,00	0,32
7	75,00%	100,00%	100,00	0,20

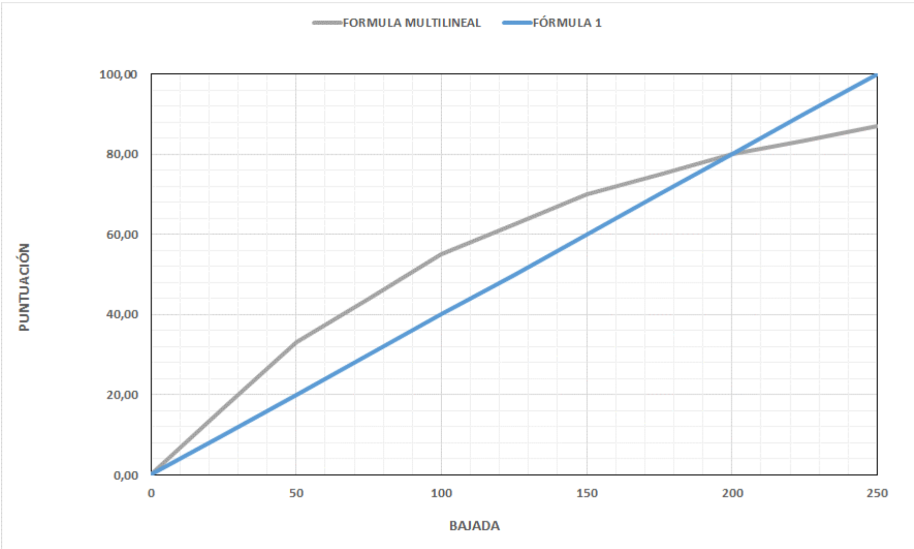
La curva de evaluación sería (representamos en abscisas el porcentaje de bajada respecto a P_l):



La tabla de puntuación, para el ejemplo que venimos manejando, sería:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	BAJADA (%P_L)	FORMULA MULTILINEAL
500	0	0,00	0,00%	0,00
475	25	10,00	5,00%	16,50
450	50	20,00	10,00%	33,00
425	75	30,00	15,00%	44,00
400	100	40,00	20,00%	55,00
375	125	50,00	25,00%	62,50
350	150	60,00	30,00%	70,00
325	175	70,00	35,00%	75,00
300	200	80,00	40,00%	80,00
275	225	90,00	45,00%	83,50
250	250	100,00	50,00%	87,00

Y gráficamente:



6. Fórmulas no lineales

Hasta el momento (y salvo la fórmula 2) se han introducido fórmulas lineales, cuyas ventajas más notables son su simplicidad y la asignación proporcional de puntuaciones: diferencias iguales en las ofertas (en términos de precio o de bajada absoluta o de descuento sobre el precio base) conducen a iguales diferencias de puntuación (obviamos ciertos casos "singulares" de puntuaciones negativas). Esta última características aun siendo intuitiva y aparentemente lógica no es en sí misma un valor absoluto.

Las formulas no lineales permiten romper la proporcionalidad conduciendo a curvas de evaluación que normalmente suavizan las diferencias de puntuación entre ofertas con descuentos elevados y exacerban dichas diferencias en la zona de descuentos bajos (ofertas altas). Es por eso que suelen denominarse fórmulas progresivas.

Fórmula 20. Uso de la función radical.

La formulación varía dependiendo del número de propuestas (llamémosle N). (Fórmula empleada en AMTEGA (*Axencia para a Modernización Tecnolóxica de Galicia*, Xunta de Galicia).

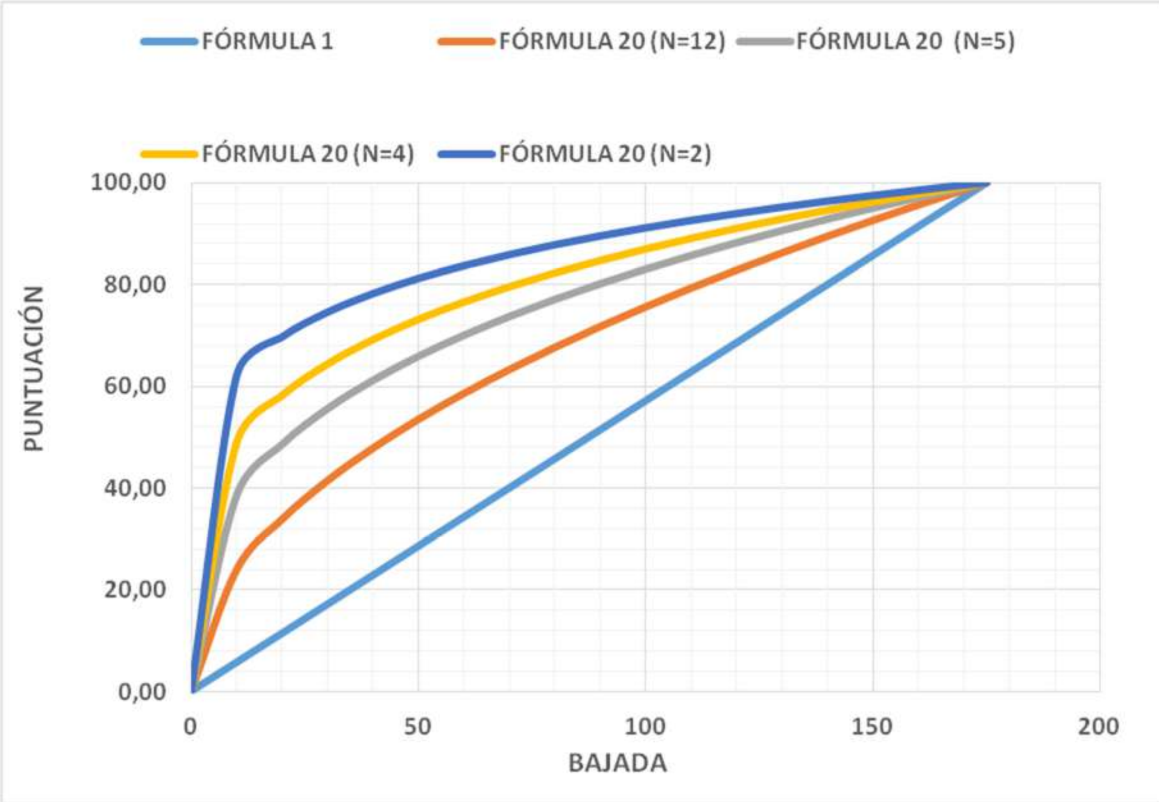
$$F_{20}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{max}}\right)^{\frac{1}{8-N}} \qquad N \leq 5$$

$$F_{20}(X) = Y = Y_{max}\left(\frac{X}{X_{max}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad N > 5$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$. Además para $X = 0$ es $Y = 0$

Ejemplo

Presentamos la fórmula con diferentes valores de N.



En todas las series de ofertas representadas (no recogidas numéricamente) se tiene una baja máxima de 175. Obsérvese que cuanto mayor es el número de ofertas más se acerca la fórmula a la curva (recta) de evaluación de la fórmula 1.

Fórmula 21. Una función progresiva.

Una fórmula progresiva bastante empleada es siguiente

$$F_{21}(X) = Y = Y_{max}\sqrt{\left[1 - \left(\frac{X_{max} - X}{X_{max}}\right)^2\right]}$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$. Además para $X = 0$ es $Y = 0$

Fórmula 22. Un tramo lineal y un tramo progresivo.

Una corrección de la fórmula anterior (empleada por la DGT) utiliza la baja media, a la que asigna el valor Y_{med} que se deduce del fórmula 21. Bajas inferiores a la media se puntúan proporcionalmente, y bajas superiores según la fórmula 21:

$$F_{22}(X) = Y = Y_{max}\sqrt{\left[1 - \left(\frac{X_{max} - X}{X_{max}}\right)^2\right]} \quad si\ X \geq X_{med}$$

$$F_{22}\,(X) = Y = \ X\left(\frac{Y_{med}}{X_{med}}\right) \qquad\qquad si\ X < X_{med}$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$. Además para $X = 0$ es $Y = 0$

(Obsérvese que para mantener la continuidad de la fórmula de evaluación, condición C3, debe ser Y_{med} igual al valor asignado por la fórmula 21).

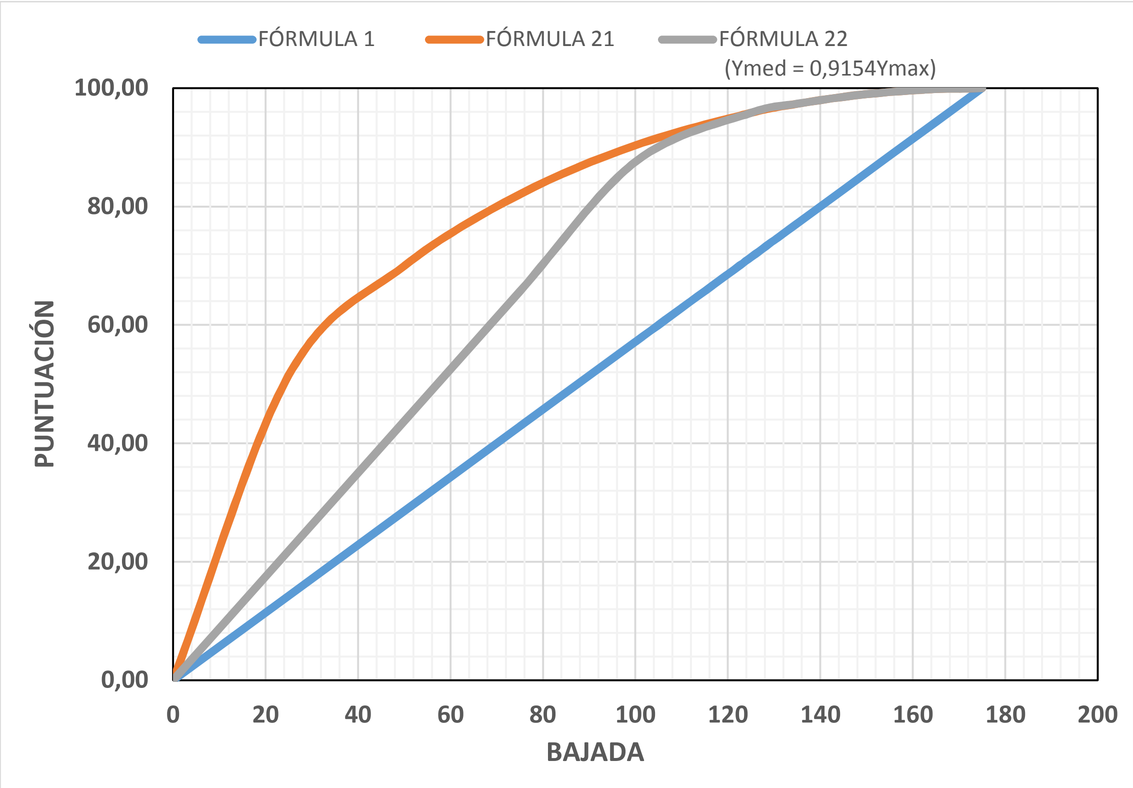
Ejemplo

Manteniendo los mismos valores numéricos que en otros ejemplos a continuación comparamos las fórmulas progresivas 21 y 22.

(Es $X_{med} = 104{,}55$ y por tanto, según F_{21}, es $Y_{med} = 91{,}54$)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 21	FÓRMULA 22 ($Y_{med} = 0{,}9154Y_{max}$)
500	0	0,00	0,00	0,00
475	25	14,29	51,51	21,89
450	50	28,57	69,99	43,78
425	75	42,86	82,07	65,67
400	100	57,14	90,35	87,56
375	125	71,43	95,83	95,83
365	135	77,14	97,35	97,35
355	145	82,86	98,52	98,52
345	155	88,57	99,34	99,34
335	165	94,29	99,84	99,84
325	175	100,00	100,00	100,00

Gráficamente:



Fórmula 21bis. Una generalización de la función progresiva

Una generalización (parametrización) de la función progresiva se obtiene variando las potencias de los factores:

$$F_{21bis}\,(X) = Y = Y_{max}\left(1 - \left(\frac{X_{max} - X}{X_{max}}\right)^{m}\right)^{n}$$

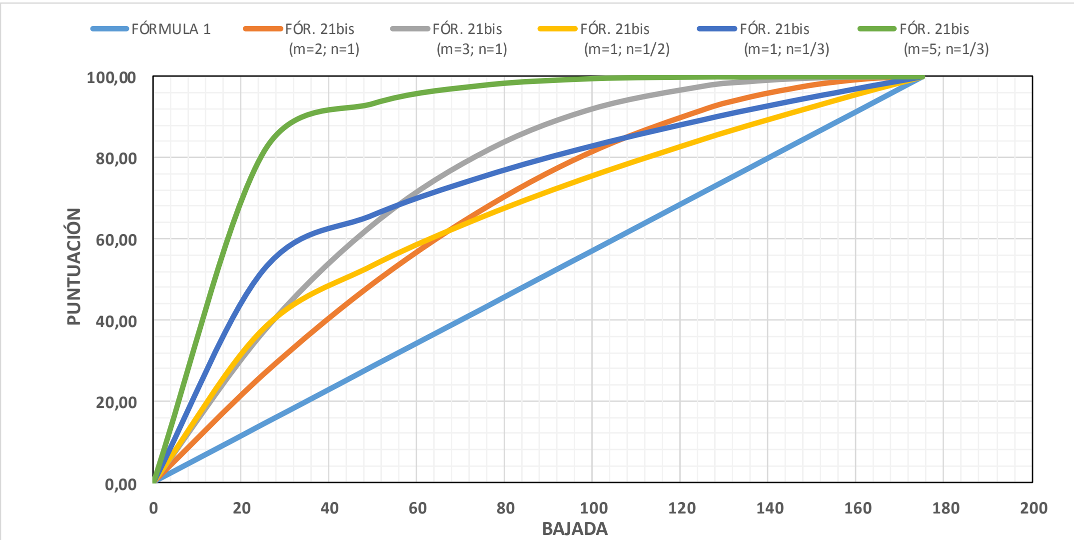
Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$. Además para $X = 0$ es $Y = 0$

Obsérvese que con $m = 1$ y $n = 1$ la fórmula anterior coincide con la fórmula 1. Aumentos de los parámetros reducen la diferencia de evaluación para bajadas próximas a la máxima y la aumentan cerca del precio máximo.

Ejemplo

Manteniendo los mismos valores numéricos que en otros ejemplos a continuación representamos la fórmula 21bis para diversos parámetros.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1 (FÓR. 21bis m=1 y n=1)	FÓR. 21bis (m=2; n=1)	FÓR. 21bis (m=3; n=1)	FÓR. 21bis (m=1; n=1/2)	FÓR. 21bis (m=1; n=1/3)	FÓR. 21bis (m=5; n=1/3)
500	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
475	25	14,29	26,53	37,03	37,80	52,28	81,30
450	50	28,57	48,98	63,56	53,45	65,86	93,37
425	75	42,86	67,35	81,34	65,47	75,39	97,93
400	100	57,14	81,63	92,13	75,59	82,98	99,52
375	125	71,43	91,84	97,67	84,52	89,39	99,94
365	135	77,14	94,78	98,81	87,83	91,71	99,98
355	145	82,86	97,06	99,50	91,03	93,92	100,00
345	155	88,57	98,69	99,85	94,11	96,04	100,00
335	165	94,29	99,67	99,98	97,10	98,06	100,00
325	175	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00



Fórmula 21bisbis. Función progresiva general con recorrido completo

Para que el recorrido de la evaluación abarque todo el intervalo entre 0 e Y_{max} podemos generalizar la fórmula 11:

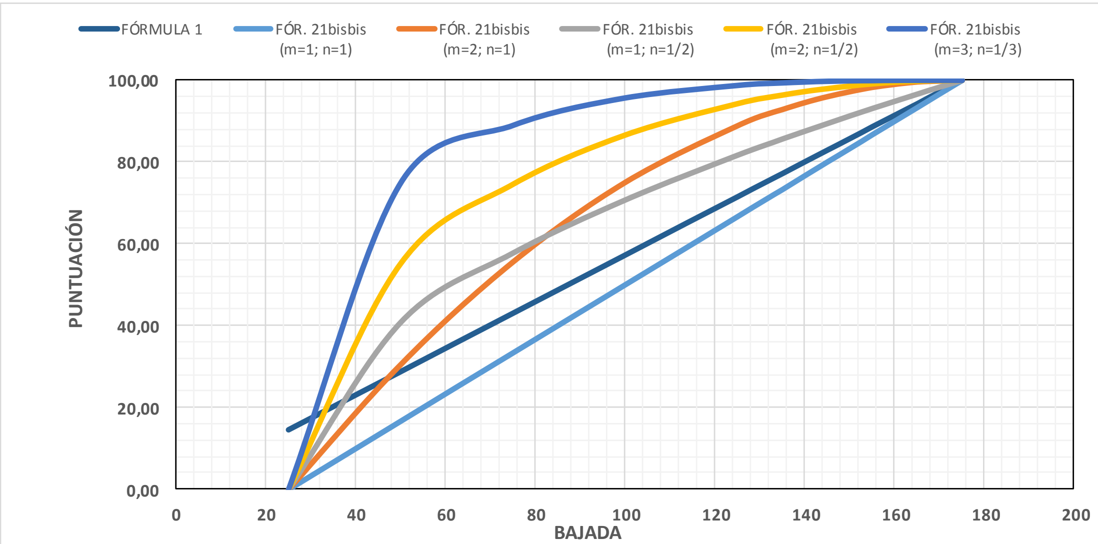
$$F_{21bisbis}\,(X) = Y = Y_{max}\left(1 - \left(\frac{X_{max} - X}{X_{max} - X_{min}}\right)^{m}\right)^{n}$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$. Además ahora para $X = X_{min}$ es $Y = 0$. Obsérvese que l parametrización $m = 1$ y $n = 1$ nos lleva a la fórmula 11.

Ejemplo

Representamos la fórmula 21bisbis para diversos parámetros.

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓR. 21bisbis (m=1; n=1)	FÓR. 21bisbis (m=2; n=1)	FÓR. 21bisbis (m=1; n=1/2)	FÓR. 21bisbis (m=2; n=1/2)	FÓR. 21bisbis (m=3; n=1/3)
475	25	14,29	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
450	50	28,57	16,67	30,56	40,82	55,28	74,97
425	75	42,86	33,33	55,56	57,74	74,54	88,95
400	100	57,14	50,00	75,00	70,71	86,60	95,65
375	125	71,43	66,67	88,89	81,65	94,28	98,75
365	135	77,14	73,33	92,89	85,63	96,38	99,36
355	145	82,86	80,00	96,00	89,44	97,98	99,73
345	155	88,57	86,67	98,22	93,09	99,11	99,92
335	165	94,29	93,33	99,56	96,61	99,78	99,99
325	175	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00



Fórmula 23. Una función progresivo paramétrica

También progresiva, pero más sofisticada que la anterior es la siguiente fórmula (usada por IAM y Consejería de Medio Ambiente de la CAM), y dónde f es un parámetro entre $0\ y\ 1$.

$$F_{23}(X) = Y = Y_{max} - fY_{max}\left[\frac{X_{max} - X}{X_{max} - 0{,}5X_{min}}\right]^2$$

Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que $Y = Y_{max}$.

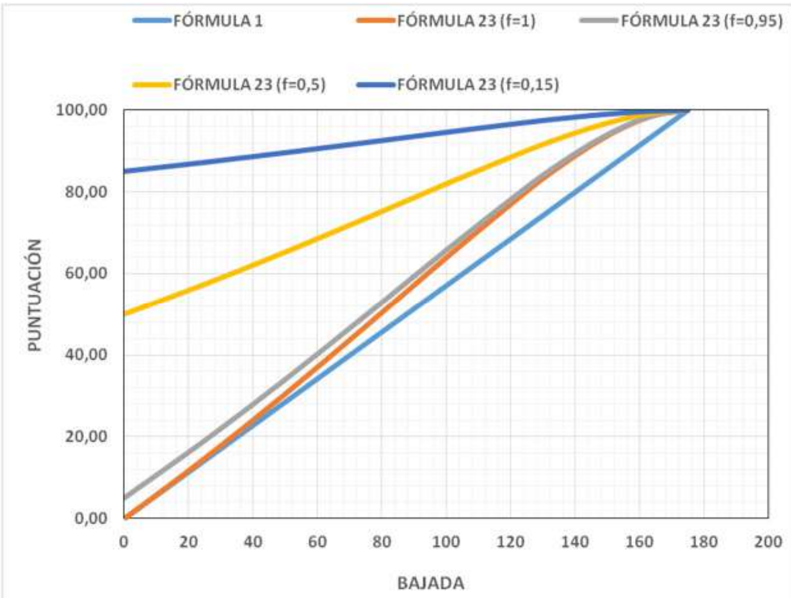
Si $f = 1$ se tiene que para $X = 0$ es $Y = 0$.

Ejemplo

Manteniendo los mismos valores numéricos que en otros ejemplos a continuación comparamos las fórmulas progresivas para diversas elecciones de f:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 23 (f=0,15)	FÓRMULA 23 (f=0,5)	FÓRMULA 23 (f=0,95)	FÓRMULA 23 (f=1)
500	0	0,00	85,00	50,00	5,00	0,00
475	25	14,29	87,22	57,40	19,05	14,79
450	50	28,57	89,58	65,28	34,03	30,56
425	75	42,86	92,07	73,55	49,75	47,11
400	100	57,14	94,60	82,00	65,80	64,00
375	125	71,43	97,04	90,12	81,23	80,25
365	135	77,14	97,92	93,08	86,85	86,15
355	145	82,86	98,72	95,72	91,86	91,43
345	155	88,57	99,37	97,90	96,00	95,79
335	165	94,29	99,82	99,42	98,89	98,83
325	175	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Gráficamente:



Fórmula 24. Uso de la función arcotangente.

Se trata de una fórmula "artificiosa" (empleada en el antiguo Ministerio de Administraciones Pública, MAP), que aprovecha las características particulares de la función $arctan$ (arcotangente), cuyo límite para argumentos "grandes" es $\pi/2$ (es decir $\lim_{x\to\infty} arctan(x) = \pi/2$)

$$F_{24}(X) = Y = \left(\frac{2}{\pi}\right) Y_{max}\, arctan\left(\frac{50X}{P_l}\right)$$

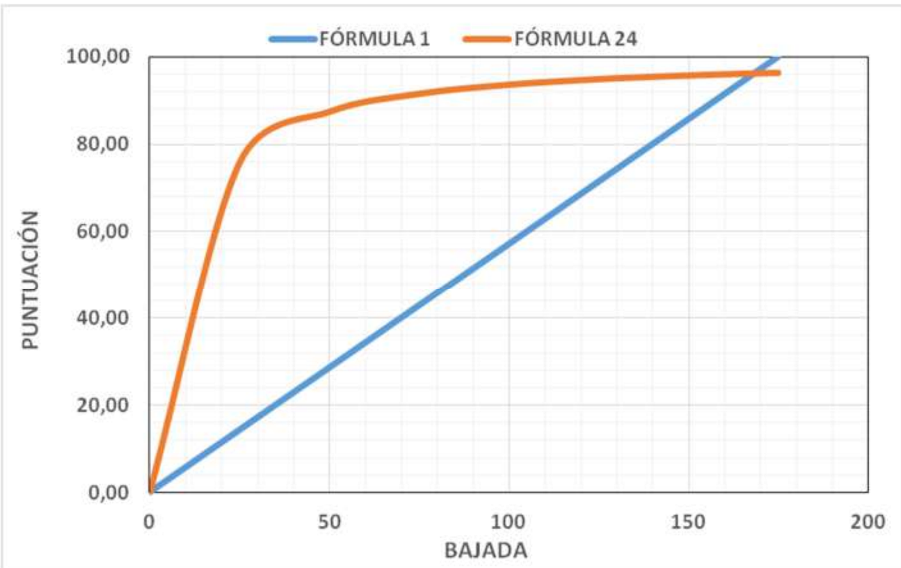
Evidentemente si $X = X_{max}$ se tiene que Y tiende a Y_{max}. Para $X = 0$ es $Y = 0$.

Ejemplo

Un ejemplo numérico se presenta a continuación:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 24
500	0	0,00	0,00
475	25	14,29	75,78
450	50	28,57	87,43
425	75	42,86	91,56
400	100	57,14	93,65
375	125	71,43	94,92
365	135	77,14	95,29
355	145	82,86	95,62
345	155	88,57	95,90
335	165	94,29	96,15
325	175	100,00	96,37

Y gráficamente:



Fórmula 25. Variante de la fórmula 2.

La siguiente es una variante de la fórmula básica 2 empleada por ejemplo en el CESCA-CSUC (Generalitat de Catalunya).

$$F_{25}(X) = Y = Y_{max}(2\,\frac{P_l - X_{max}}{P_l - X} - 1) \qquad (18)$$

Como suele ser habitual la curva de evaluación pasa por (X_{max}, Y_{max}).

Para $X = 0$ (oferta sin descuento) es $Y = (\frac{Y_{max}}{P_l})(P_l - 2X_{max})$

Se presentan tres casos:

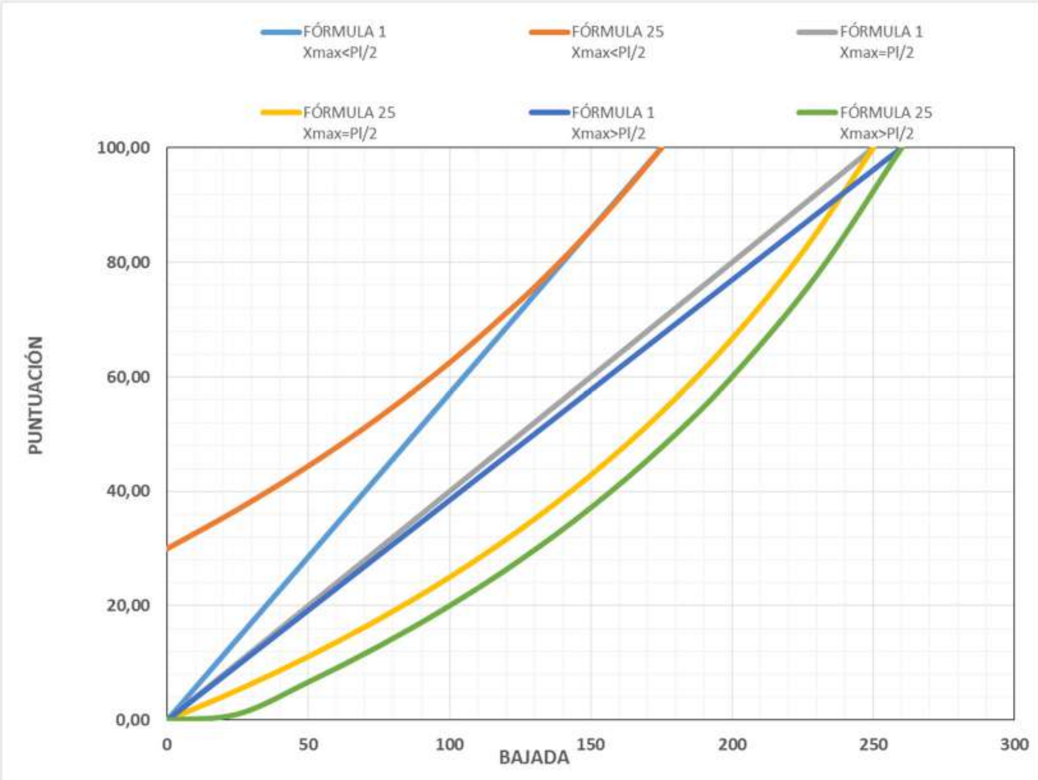
- Si $X_{max} < \frac{P_l}{2}$ se tiene que para $X = 0$ es $Y > 0$ es decir se reducen las diferencias con relación a la fórmula 1 (entre ofertas iguales).
- Si $X_{max} = \frac{P_l}{2}$ se tiene que para $X = 0$ es $Y = 0$. La curva de evaluación es una hipérbola “por debajo” de la recta de evaluación de la fórmula 1.
- Si $X_{max} > P_l/2$ se tuene que para $X = 0$ es $Y < 0$ es decir se llegan a alcanzar valoraciones negativas. De nuevo La curva de evaluación es una parábola “por debajo” de la recta de evaluación de la fórmula 1.

Ejemplo

Mostramos a continuación un ejemplo con tres conjuntos de ofertas diferentes para ilustrar los tres casos:

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 25	precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 25	precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 25
		$X_{max}<P_l/2$	$X_{max}<P_l/2$			$X_{max}=P_l/2$	$X_{max}=P_l/2$			$X_{max}>P_l/2$	$X_{max}>P_l/2$
500	0	0,00	30,00	500	0	0,00	0,00	500	0	0,00	0,00
475	25	14,29	36,84	475	25	10,00	5,26	475	25	9,62	1,05
450	50	28,57	44,44	450	50	20,00	11,11	450	50	19,23	6,67
425	75	42,86	52,94	425	75	30,00	17,65	425	75	28,85	12,94
400	100	57,14	62,50	400	100	40,00	25,00	400	100	38,46	20,00
375	125	71,43	73,33	375	125	50,00	33,33	375	125	48,08	28,00
365	135	77,14	78,08	350	150	60,00	42,86	350	150	57,69	37,14
355	145	82,86	83,10	325	175	70,00	53,85	325	175	67,31	47,69
345	155	88,57	88,41	300	200	80,00	66,67	300	200	76,92	60,00
335	165	94,29	94,03	275	225	90,00	81,82	270	230	88,46	77,78
325	175	100,00	100,00	250	250	100,00	100,00	240	260	100,00	100,00

Y gráficamente:



Fórmula 26. Bajada desproporcionada y función progresiva.

La siguiente fórmula es empleada por el AMTEGA (*Axencia para a Modernización Tecnolóxica de Galicia*, Xunta de Galicia). Se trata de una fórmula progresiva (bastante artificiosa) con la particularidad de que limita las puntuaciones (no asigna la puntuación máxima) si las bajadas no alcancen un límite considerado baja desproporcionada. Analíticamente (por coherencia con la formulación originaria trabajamos con las bajadas expresadas en tanto por cien del precio de licitación, $X' = 100(\frac{X}{P_l})$

Se consideran ofertas con baja desproporcionada aquellas cuyo precio de licitación sea cuando menos un 25% inferior al precio medio. Por tanto toda bajada superior a X_d es desproporcionada, siendo X_d:

$$X_d \ = \ P_l - 0{,}75(P_l - X_{med})$$

Si no existen bajadas desproporcionadas (es decir para cualquier oferta X es $X < X_d$)

$$F_{26}(X') = Y_{max}\left(\frac{X'^2}{X'^2_d}\right)\left(\frac{50 + X'^2_d}{50 + X'^2}\right)$$

En caso de que existan bajadas desproporcionadas

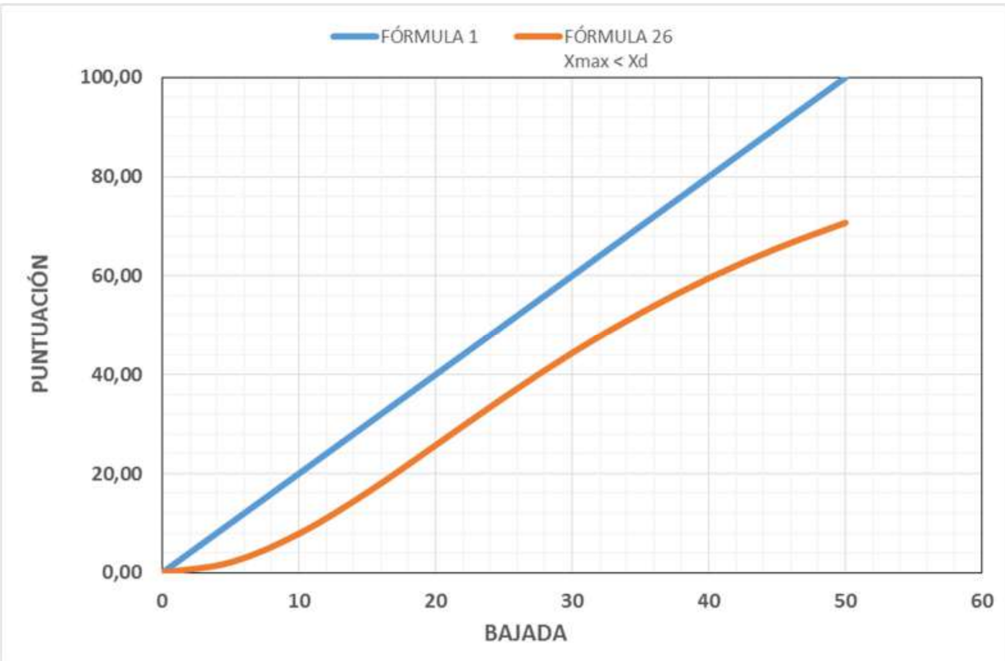
$$F_{26}(X') = Y_{max}\left(\frac{X'^2}{X'^2_{max}}\right)\left(\frac{50 + X'^2_{max}}{50 + X'^2}\right)$$

Obsérvese que en el primer caso ninguna oferta –ni siquiera la de mayor bajada— alcanza la máxima puntuación (dado que $X_{max} < X_d$). En el segundo caso se verifica que, como es habitual es $F_{26}(X_{max}) = Y_{max}$

Ejemplo

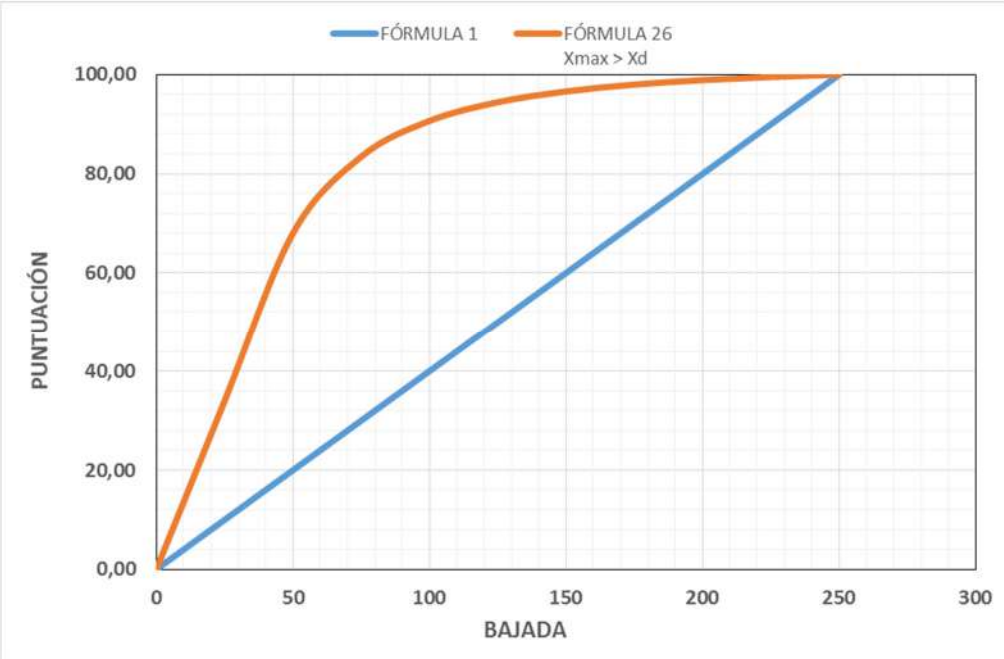
Ilustramos ambos casos con sendas ofertas. Primer caso: $(X_{max} < X_d)$

X_{med}	25,00	X_{med} (%)	5,00%
X_{max}	50,00	X_{max} (%)	10,00%
X_d	143,75	X_d (%)	28,75%
precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 26 $X_{max} < X_d$
500	0	0,00	0,00
495	5	10,00	2,08
490	10	20,00	7,86
485	15	30,00	16,18
480	20	40,00	25,71
475	25	50,00	35,35
470	30	60,00	44,39
465	35	70,00	52,49
460	40	80,00	59,54
455	45	90,00	65,57
450	50	100,00	70,70



Y para el segundo caso: $(X_{max} > X_d)$

X_{med}	125,00	X_{med} (%)	25,00%
X_{max}	250,00	X_{max} (%)	50,00%
X_d	218,75	X_d (%)	43,75%
precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 26 $X_{max} > X_d$
500	0	0,00	0,00
475	25	10,00	34,00
450	50	20,00	68,00
425	75	30,00	83,45
400	100	40,00	90,67
375	125	50,00	94,44
350	150	60,00	96,63
325	175	70,00	98,00
300	200	80,00	98,91
275	225	90,00	99,54
250	250	100,00	100,00



(Esta fórmula establece un límite para la baja temeraria, X_d, que sería la bajada máxima a la que la fórmula en cuestión asigna la máxima puntuación. Más adelante aparecen otros ejemplos de uso de este parámetro equiparado a veces al coste. Asimismo es bastante “chocante” el factor 50 que aparece en la expresión analítica de esta fórmula. Valores mayores de 50 “suavizarían” las curvas)

7. Una nota sobre SSD-AAPP

Fórmulación general

El Sistema de Soporte a la Decisión de las Administraciones Públicas (SSD-AAPP), versión 4, aparece publicado en el Portal de Administración Electrónica (PAe) del Gobierno de España (Ministerio de Hacienda y Administraciones Públicas, Secretaría de Estado de Administraciones Públicas), y es una metodología de decisión multicriterio discreta para la elección entre alternativas (e.g. ofertas) y toma de decisiones.

En el sistema SSD-AAPP se emplean variables normalizadas en el intervalo [0,1]. Esto permite evitar problemas relacionados con la diversidad de unidades y magnitudes. En todo caso para lo que nos ocupa todas las magnitudes son precios medidos en unidades monetarias por lo que la normalización afecta únicamente a la escala.

Las variables normalizadas en nuestro caso, que serán las utilizadas en le Anexo son las siguientes:

- Precio normalizado: $p = P/P_l$
- Bajada normalizada: $x = X/P_l$
- Puntuación normalizada: $y = Y/Y_{max}$
- Se tiene que:
    - $x = 1 - p$
    - $x_{max} = 1 - p_{min}$
    - $x_{min} = 1 - p_{max}$

(Por tanto una oferta con $p = 1$ corresponde a una oferta a precio base de licitación, es decir $x = 0$ (sin bajada). Una oferta con $p = 0$ correspondería a una oferta con el precio nulo y por tanto $x = 1$).

En el método de evaluación empleado en SSD-AAPP denominado *normalización por fracción del ideal* intervienen dos factores denominados umbrales de saciedad máximo y mínimo, que son los límites de la variable independiente a partir de los cuales la puntuación normalizada en respectivamente 0 o 1. Denominaremos a estos umbrales u_{min} y u_{max} .

La fórmula de evaluación es siempre lineal:

$$y = \frac{x^* - u_{min}}{u_{max} - u_{min}}$$

pero la variable independiente puede depender de la bajada o del precio por lo que cabe distinguir dos tipos de criterios y varios casos en cada uno:

Criterio <u>maximizador</u>: La variable independiente es la bajada ($x^* = x$), y se trata de un criterio maximizador, es decir se asigna más puntuación a mayor bajada (se trata por tanto de "premiar" o maximizar la bajada).

- Caso 1. En este caso los umbrales de saciedad son:
    - $u_{min} = 0$

- $u_{max} = x_{max}$

(Es decir si la bajada normalizada es igual a cero es $y = 0$ y si es igual que x_{max} es igual a 1).

En este caso es $y = x/x_{max}$ que es la fórmula básica 1.

- Caso 2. En este caso los umbrales de saciedad son:
  - $u_{min} = x_{min}$
  - $u_{max} = x_{max}$

(Es decir si la bajada normalizada es igual que x_{min} es $y = 0$ y si es igual que x_{max} es igual a 1).

En este caso es $y = (x - x_{min})/(x_{max} - x_{min})$ que es la fórmula corregida número 11.

Criterio minimizador: Se trata de "premiar" el precio menor. Se trata por tanto de un criterio denominado minimizador. En este caso se emplea como variable independiente la inversa del precio, $x^* = \bar{x} = 1/p$.

- Caso 3:
  - $u_{min} = 0$
  - $u_{max} = 1/p_{min}$

(Es decir si $\bar{x} \leq u_{min}$, es decir el precio normalizado es muy elevado, tiende a infinito, es $y = 0$. (Matemáticamente la función tiene como asíntota horizontal $y = 0$). Si $\bar{x} \geq u_{max}$, es decir el precio es igual que p_{min} la puntuación es igual a 1).

En este caso es $y = \bar{x}/u_{max}$ es decir $y = (1/p)/(1/p_{min})$ o lo que es lo mismo la fórmula $y = p_{min}/p$ que coincide con la fórmula general 2.

- Caso 4:
  - $u_{min} = 1/p_{max}$
  - $u_{max} = 1/p_{min}$

(Es decir si el precio normalizado es p_{max}, es $y = 0$ y si es igual que p_{min} la puntuación es igual a 1).

La fórmula de evaluación (lineal en $\bar{x}$) es

$$y = \frac{\bar{x} - u_{min}}{u_{min} - u_{max}}$$

Es decir:

$$y = \frac{\left(\frac{1}{p}\right) - \left(\frac{1}{p_{max}}\right)}{\left(\frac{1}{p_{min}}\right) - \left(\frac{1}{p_{max}}\right)} = \frac{(x - x_{min})(1 - x_{max})}{(x_{max} - x_{min})(1 - x)}$$

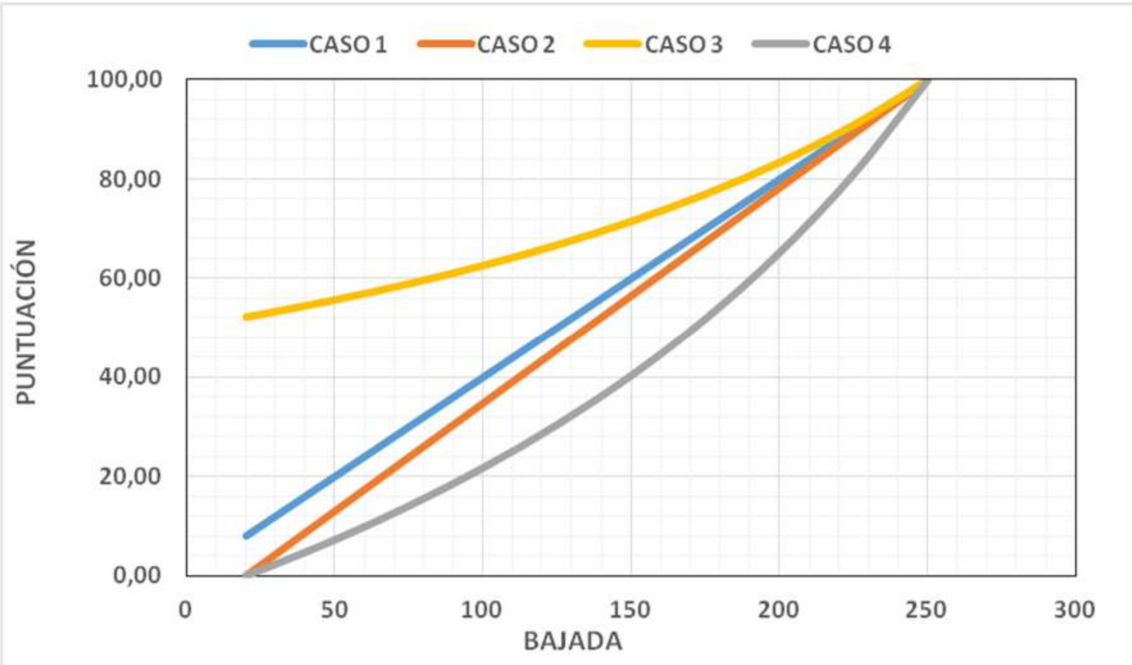
Que es una fórmula no lineal no contemplada previamente.

Ejemplo

(Obsérvese que la bajada mínima no es cero)

			MAXIMIZADOR		MINIMIZADOR	
precio (P)	1/P	bajada (X)	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4
480	0,00208	20	8,00	0,00	52,08	0,00
475	0,00211	25	10,00	2,17	52,63	1,14
450	0,00222	50	20,00	13,04	55,56	7,25
425	0,00235	75	30,00	23,91	58,82	14,07
400	0,00250	100	40,00	34,78	62,50	21,74
375	0,00267	125	50,00	45,65	66,67	30,43
350	0,00286	150	60,00	56,52	71,43	40,37
325	0,00308	175	70,00	67,39	76,92	51,84
300	0,00333	200	80,00	78,26	83,33	65,22
275	0,00364	225	90,00	89,13	90,91	81,03
250	0,00400	250	100,00	100,00	100,00	100,00

Gráficamente:



Formulación basada en el margen

Las fórmulas que se han enumerado en este documento emplean en general la variable bajada (o descuento absoluto) como variable independiente. En fórmulas lineales (no en multilineales) ello se traduce en que diferencias iguales de precio (o descuento) conllevan diferencias iguales de puntuación, dado que esta es proporcional al descuento.

Se puede sin embargo asignar la puntuación a una oferta basándose en su margen. Sin entrar en detalles microeconómicos podemos considerar el margen (bruto) como el beneficio (precio de venta menos coste) con relación al precio de venta. La formulación más intuitiva implicaría asignar la puntuación en función de la diferencia entre el margen máximo y el margen realmente ofertado, respecto al margen máximo. Es decir estaríamos puntuando proporcionalmente al sacrificio de margen de cada oferta (no del descuento o bajada).

Llamando m al margen y usando las variables definidas en este apartado, es decir normalizadas:

$$y = \left(\frac{m_{max} - m}{m_{max}}\right)$$

Si llamamos c al coste (que no tiene por qué corresponder con una oferta válida) y x_t a la bajada correspondiente a una licitación a coste es decir $1 - x_t = c$, podremos escribir:

$$m = m(x) = \frac{p - c}{p} = \frac{(1 - x) - (1 - x_t)}{1 - x} = \frac{x_t - x}{1 - x}$$

$$m_{max} = 1 - c = x_t$$

De donde se deduce después de una manipulación trivial:

$$f_{27}(x) = y = \left(\frac{m_{max} - m}{m_{max}}\right) = \frac{x}{1-x}\frac{1-x_t}{x_t} = \frac{x}{1-x}\frac{c}{1-c}$$

Suponiendo que c sea un valor establecido a priori (es decir no dependiente de las propuestas reales), si alguna/s oferta/s licitase/n a un precio normalizado inferior a c la puntuación asignada en la fórmula 27 sería mayor que 1 (es decir cuando $p < c$ o $1 - x < c$). Para solventar esta anomalía en este caso –suponiendo que se trata de oferta/s válida/s— convendría establecer $c = p_{min}$. (Cómo se determina c, o como se establece si una oferta es o no válida queda fuera del alcance de estas notas. Ver a continuación el comentario adicional sobre esta fórmula). (Se podrá asimismo establecer c como un umbral de saciedad. Esto sería inconveniente dado que no se satisfaría la condición C6 de la introducción, cosa que por otro lado sucede en muchas de las fórmulas censadas hasta aquí).

Obsérvese que la fórmula anterior coincide con el Caso 4 discutido en el epígrafe anterior sin más que poner:

- $p_{max} = 1$ (es decir $x_{min} = 0$) y por tanto $u_{min} = 1$
- $p_{min} = c$ (es decir $x_{max} = 1 - c = x_t$) y por tanto $u_{min} = 1/c$

Es decir que si se usa un criterio de coste (minimizador) y los umbrales son el precio máximo permitido (precio de licitación, es decir, 1 normalizado) y el precio mínimo admisible (el coste) el método de normalización por fracción del ideal (SSD-AAPP) coincide con la formulación basada en márgenes.

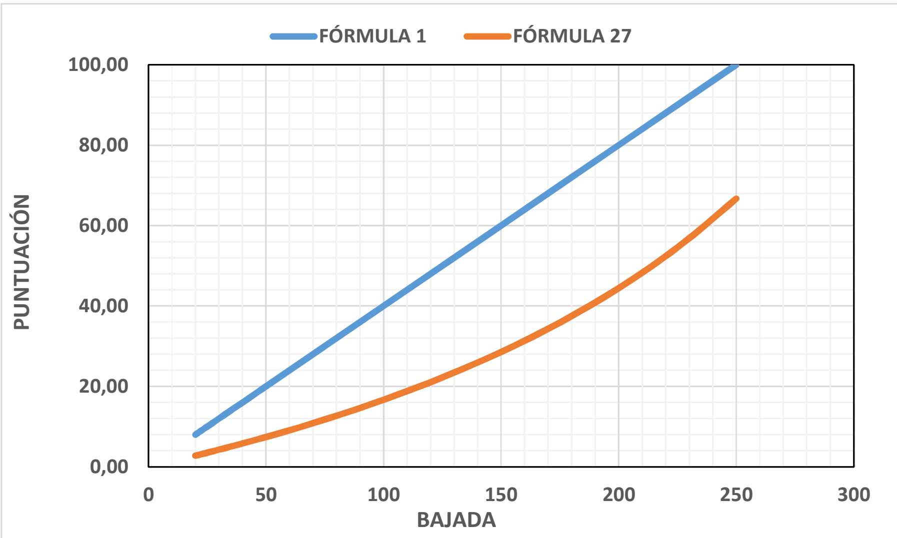
Ejemplos

En el siguiente ejemplo hemos tomado cómo precio de licitación 500 unidades monetarias (u.m.) y como coste 200 u.m. es decir $c = 0{,}4$ $(x_t = 0{,}6)$. (Por coherencia con el resto del documento representamos la puntuación sobre 100)

Obsérvese que la bajada mínima no es cero y que no existe ninguna oferta a coste.

precio (P)	Bajada (X)	Bajada normalizada (x=X/PL)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 27
480	20	0,04	8,00	2,78
475	25	0,05	10,00	3,51
450	50	0,1	20,00	7,41
425	75	0,15	30,00	11,76
400	100	0,2	40,00	16,67
375	125	0,25	50,00	22,22
350	150	0,3	60,00	28,57
325	175	0,35	70,00	35,90
300	200	0,4	80,00	44,44
275	225	0,45	90,00	54,55
250	250	0,5	100,00	66,67

Y gráficamente

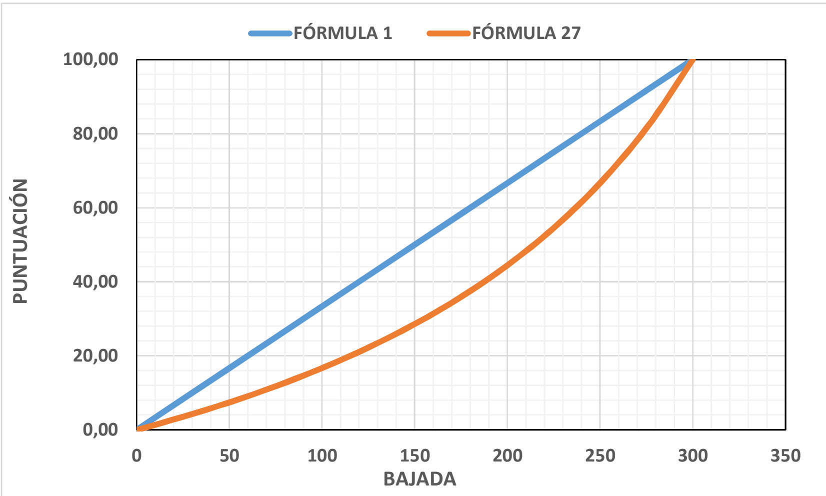


Obsérvese que como era de esperar: una diferencia en los descuentos de por ejemplo veinticinco unidades monetarias conduce a una reducción de 10 puntos en la valoración según la fórmula 1 (proporcionalidad con la bajada) en tanto que en la fórmula 27, la misma diferencia de descuentos de veinticinco unidades monetarias, produce una bajada de por ejemplo 8,25 puntos (precios de 50 u.m. y 75 u.m.), o de 12,12 (precios de 225 u.m. y 250 u.m.). Obviamente se puede ver que la pendiente de la curva (fórmula 27) es menor que la de la recta (fórmula 1) para bajadas "pequeñas" y mayor para bajadas grandes (coinciden en $x = 1 - \sqrt{c}$)

Puede observarse que la función sólo alcanza el máximo de puntuación si existe una oferta igual al coste. Asimismo sólo la oferta al precio de licitación no obtendría puntos. El mismo ejemplo suponiendo que existen ofertas a coste y a precio de licitación:

precio (P)	Bajada (X)	Bajada normalizada (x=X/PL)	FÓRMULA 1	FÓRMULA 27
500	0	0	0,00	0,00
475	25	0,05	8,33	3,51
450	50	0,1	16,67	7,41
425	75	0,15	25,00	11,76
400	100	0,2	33,33	16,67
375	125	0,25	41,67	22,22
350	150	0,3	50,00	28,57
325	175	0,35	58,33	35,90
300	200	0,4	66,67	44,44
275	225	0,45	75,00	54,55
250	250	0,5	83,33	66,67
225	275	0,55	91,67	81,48
200	300	0,6	100,00	100,00

Y gráficamente



Comentario adicional

Esta fórmula ha sido publicada por Manuel Narbona Sarria en el artículo: "*Estandarización de la evaluación de la oferta económica*" publicado en octubre de 2018 en ObCP: Observatorio de Contratación Pública. Además de su deducción/justificación y de una interesante disertación sobre sus propiedades se puede encontrar en dicho portal una extensa y a veces intensa discusión sobre esta fórmula. Tal y como indica el autor en una adenda publicada en mayo de 2019 en el mismo lugar, las objeciones se reducen a cómo definir (o si se puede admitir) el coste es decir un límite inferior para el precio –que el autor denomina (siguiendo la legislación, TRLCSP) límite de anormalidad de una oferta o límite de la oferta temeraria— sin tomar en consideración el resto de ofertas validas presentadas.

Salvo por algún acercamiento que se tratará a continuación este estudio sólo pretende ser un censo de fórmulas sin crítica de las mismas. Por tanto no entraremos en consideraciones sobre el cálculo de costes, sobre la capacidad –o atrevimiento—de las AA.PP. a la hora de hacer suposiciones sobre estos costes (y pérdidas y ganancias sobrevenidas), sobre el uso de la Central de Balances del BdE para estos cálculos, sobre qué cosa se supone que es el esfuerzo de una empresa a la hora de efectuar una oferta (o alternativamente qué es lo que gana al asumir un descuento o sacrificar un margen), o finalmente si el "valor"; *ergo* puntuación en el criterio precio, de una oferta es una característica intrínseca independiente del resto de ofertas o si por el contrario conviene a una compañía efectuar análisis competitivos (pasados y previsibles) y en base a ellos llevar a cabo ofertas estratégicas basadas en hipótesis plausibles sobre el comportamiento de la competencia y según la naturaleza de la licitación, del mercado, etc.

Otra deducción de la fórmula basada en márgenes

La fórmula anterior la podemos deducir formalmente como sigue:

Sea una licitación con N propuestas y con precio base de licitación P_l . Denominamos P al precio de una propuesta. Normalizado p

> **(i)** se tiene un valor c (coste estimado por la administración, sobre el P_l) que es estrictamente positivo.
>
> **(ii)** se define el margen de cada propuesta como el valor $m(p) = \frac{p-c}{p}$.
>
> **(iii)** Si $m(p)$es negativo para algún p ponemos $c = p_{min}$ siendo p_{min} el menor de los p para los que $m(p)$ es negativo.
>
> **(iv)** Se define el esfuerzo (z) de cada licitación como $z(p) = m_{max} - m(p)$ dónde m_{max} es el valor de m para una oferta con un precio absoluto igual a P_l ($p = 1$), es decir $m_{max} = m(1) = (1 - c)$.
>
> Se tiene entonces $z(p) = (1 - c) - \left[\frac{p-c}{p}\right] = \frac{c(1-p)}{p}$. Obsérvese, por **(i)**, que $z = 0$ implica que $p = 1$ y la recíproca, es decir la solución de la ecuación $z(p) = 0$ es 1

Si se denomina $y(p)$ (en el intervalo $[0,1]$) al valor de cada propuesta y

> **(v)** si establecemos como fórmula de asignación que el valor de una propuesta es proporcional a su esfuerzo es decir $\boldsymbol{y(p) = a + bz(p)}$
>
> **(vi)** y convenimos que $y(1) = 0$ lo que implica que $\boldsymbol{a = y(1) = 0}$ (vale decir: sin esfuerzo no hay puntuación)
>
> **(vii)** y convenimos en asignar el valor máximo a la oferta a precio c o a precio mínimo, ver **(iii)**, es decir $y(c) = 1$; entonces: $b = \frac{1}{z(c)}$ con $z(c) = 1 - c$ es decir $\boldsymbol{b = \frac{1}{1-c}}$

Finalmente sustituyendo a, b y $z(p)$ por sus valores:

$$\boldsymbol{y(p) = \frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}}$$

que coincide con f_{27}

Las definiciones **(ii)** y **(iv)** son perfectamente lógicas, **(iii)** es necesaria para evitar puntaciones por encima de 1, y las condiciones **(i)**, **(vi)** y **(vii)** son todas ellas suposiciones plausibles (aunque muy razonables), pero en ningún caso únicas. Por fin **(v)** no es más que una fórmula “artificial” como todas las demás (aunque también muy razonable).

8. Comentarios sobre fórmulas con umbrales predeterminados

Discutimos a continuación –a modo de ejemplo— una fórmula bilineal con dos tramos alrededor de una bajada predeterminada. Se trata de una fórmula empleada por el Ministerio de Fomento. La fórmula fue recurrida ante el Tribunal Administrativo Central de Recursos Contractuales (TACRC) y el recurso (número 4/2016) fue estimado (doce de enero de 2016).

La fórmula predetermina una bajada máxima (que el TACRC interpreta como una suerte de umbral de saciedad), tal que si para todas las ofertas presentadas la bajada es menor que la antedicha baja predeterminada se aplica la fórmula 1.

En el caso de que existan ofertas con bajadas por encima de la bajada predeterminada la fórmula es bilineal alrededor de dicha bajada predeterminada a la que se le asigna unos puntos también predeterminados, es decir el primer tramo lineal se aplica entre cero y la bajada predeterminada (con valores cero y la bajada predeterminada) y el segundo tramo es una recta –normalmente de menor pendiente—entre dicha bajada y la bajada máxima (a la que se asigna la máxima puntuación). Obsérvese que el conocimiento previo por parte de los licitadores de la bajada predeterminada les permitiría en principio llevar a cabo ofertas estratégicas alrededor de dicha oferta predeterminada, y aunque el desconocimiento de la bajada máxima de las ofertas admitidas podría dar lugar a que el segundo tramo de la curva de evaluación tuviese una pendiente superior al primero ello no es relevante para lo que sigue (ver a continuación los comentarios).

Pasemos en primer lugar a expresar analíticamente la fórmula recurrida, que denominamos F_{sac}.

Llamemos X_{sac} a la bajada predeterminada, e Y_{sac} a la puntuación asignada a dicha bajada (se trata de datos previos, conocidos por los licitadores).

La fórmula se expresa como sigue:

$$Caso\ 1{:}\ Si\ X_{max} \leq X_{sac} \qquad F_{sac}\,(X) = Y = X(\frac{Y_{max}}{X_{max}})$$

$$Caso\ 2{:}\ Si\ X_{max} > X_{sac}$$

$$Si\ X < X_{sac} \qquad F_{sac}\,(X) = Y = X(\frac{Y_{sac}}{X_{sac}})$$

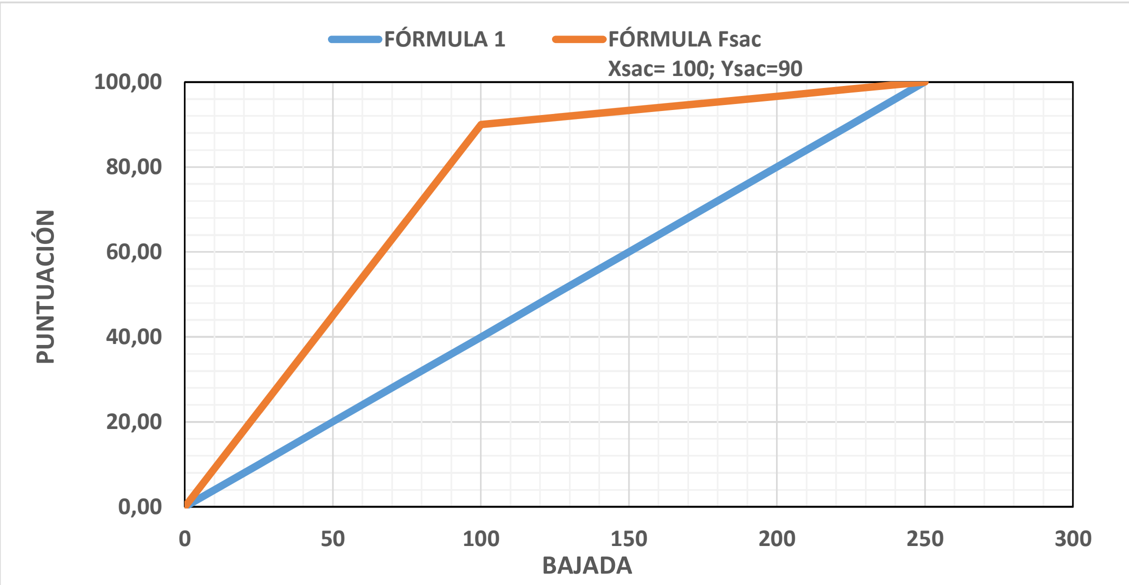
$$Si\ X \geq X_{sac} \qquad F_{sac}\,(X) = Y \ = \ Y_{sac} + (X - X_{sac}\,)\left(\frac{Y_{max} - Y_{sac}}{X_{max} - X_{sac}}\right)$$

Ejemplo

Presentamos a continuación un ejemplo con $X_{sac} = 100,\ Y_{sac} = 90\ y\ P_l = 500.$ (Es $X_{max} > X_{sac}$, y cabe señalar que para bajadas por encima del 20% y hasta X_{max}, sólo se “reparten” el 10% de los puntos)

precio (P)	bajada (X)	FÓRMULA 1	FÓRMULA F_{sac} X_{sac}= 100; Y_{sac}=90
500	0	0,00	0,00
475	25	10,00	22,50
450	50	20,00	45,00
425	75	30,00	67,50
400	100	40,00	90,00
375	125	50,00	91,67
350	150	60,00	93,33
325	175	70,00	95,00
300	200	80,00	96,67
275	225	90,00	98,33
250	250	100,00	100,00

Y gráficamente



Puede observarse que para bajadas por encima de X_{sac} sólo se reparten 10 puntos adicionales sobre 100, por lo que los licitadores –por motivos obvios— concentrarán sus ofertas alrededor de X_{sac}, máxime cuando bajadas inferiores a X_{sac} están fuertemente penalizadas.

Comentarios

EL objetivo declarado de esta fórmula es en cierta medida penalizar las bajadas altas: se trata de que a partir de la bajada predeterminada la mejora adicional de las ofertas (incremento de las bajadas) "puntúe" muy poco; y en esta línea argumental se fundamenta el recurso, a la postre estimado por el TACRC.

En efecto, este órgano administrativo establece: *"… mediante la utilización de la fórmula de valoración […] se induce la oferta en torno al valor X_{sac} y se propicia que sean los criterios de valoración no automática los determinantes de la adjudicación. Con ello, aunque formalmente se respete la ponderación […],* ***se homogeneiza la valoración de la oferta económica"*** (subrayado de FDS)

Y abunda el TACRC con relación a los umbrales de saciedad: "*las Entidades […], deberían renunciar al establecimiento de umbrales de saciedad en la valoración del criterio económico, puesto que a través de ellos se está penalizando a las ofertas más baratas de tal modo que, por debajo de ese determinado límite o umbral, aunque bajen el precio ofertado a la Administración, no obtienen una mayor puntuación*".

Y volviendo al caso de la fórmula que nos ocupa, concluye el TACRC: "*En el caso ahora considerado no existe un tope absoluto para las bajas, que son nominal y formalmente posibles más allá del límite de referencia fijado, pero se establece un criterio de valoración que las priva de relevancia práctica, en correspondencia con el objetivo confesado de la fórmula que consiste en disuadir bajas que el órgano de contratación considera incompatibles con el objeto del contrato. Su efecto es pues semejante al de los umbrales de saturación tratados por el Tribunal, de modo que puede afirmarse que se está penalizando a las ofertas más baratas de tal modo que, por debajo de ese determinado límite o umbral, aunque bajen el precio ofertado a la Administración, no obtienen una puntuación relevante, de modo que se disuade una posible mayor baja o economía en el contrato*"

En la misma línea recogemos lo que sobre el "*establecimiento de límites a los precios, tarifas u otras características básicas del servicio*" se lee en la **Guía sobre Contratación Pública y Competencia** publicada por la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (antes Comisión Nacional de la Competencia): "*La introducción de estos límites responde generalmente al propósito de evitar la presencia de ofertas "temerarias", es decir, anormales o desproporcionadas en relación con la retribución del prestador o con otras características del objeto del contrato. El uso de estos mecanismos puede contribuir, sin embargo, a reducir los incentivos de las empresas a ofrecer condiciones más ventajosas, puesto que* ***es suficiente ofertar un determinado valor, conocido ex ante****, para obtener la puntuación máxima en un elemento concreto. Este efecto restrictivo de la competencia se agrava si dicho límite no permite un margen suficiente de mejora en relación con el precio o presupuesto de partida. Por estas razones, es preferible que el criterio de definición del carácter temerario de las ofertas se establezca de tal manera que no afecte a los incentivos de los licitadores para competir, debiendo depurarse las ofertas anormales o desproporcionadas por mecanismos independientes de la valoración de la oferta"* (subrayado de FDS)

En la terminología de estas notas se podrían resumir los razonamientos anteriores diciendo que el recorrido de la función de evaluación (diferencia entre la mayor y menor puntuación asignadas a las ofertas válidas) aunque formalmente puede llegar a ser igual a Y_{max}, en la práctica será muy pequeño, dado que es previsible que todas las ofertas alcancen una puntuación muy próxima a Y_{sac} (valor asimismo muy próximo a Y_{max}). Ello significa que el valor discriminatorio del criterio económico que se pretende cuantificar con esta fórmula se minimiza notablemente, o dicho de otra manera, cobran más valor otros criterios.

Lo anterior puede predicarse de todas las fórmulas que emplean umbrales o valores predeterminados limitantes (y en esta recapitulación hay algunas). Conviene por tanto que en la expresión de las fórmulas no aparezcan datos que permitan llevar a cabo ofertas estratégicas.

Recomendaciones de la fórmula antedicha

Recientemente la Asociación Española de Empresas de Consultoría, AEC, en un estudio de diciembre de 2018, titulado "*La relación calidad-precio en el sector TI y consultoría, al amparo de lo establecido en la ley 9/2017 de Contratos del Sector Público*" ha recomendado una fórmula como la discutida, donde denomina a X_{sac} descuento de referencia (en su notación D_{ref}) estableciendo (arbitrariamente) la puntuación para dicha bajada predeterminada, que hemos denotado Y_{sac} como el 85% de la puntuación máxima (Y_{max}). Esta recomendación ha aparecido asimismo en el informe de AMETIC (Asociación Multisectorial de Empresas de la Electrónica, las Tecnologías de la Información y la Comunicación, de las Telecomunicaciones y de los Contenidos Digitales) publicado en julio de 2019 y titulado: "*Esquema de Recomendaciones y Buenas Prácticas en la Contratación Pública*".

Dice la AES: *"… como puede observarse, para descuentos sobre el presupuesto base de licitación inferiores al de referencia (D_{ref}), las diferencias de descuento suponen grandes diferencias de puntuación. Sin embargo, para descuentos superiores al de referencia, las variaciones de descuento tienen un menor impacto en la puntuación.*

El valor del parámetro D_{ref}, debe estar definido en el PCAP y debe fijarse en función del límite de descuento máximo que se estime adecuado para que éste no lleve a una pérdida de calidad en la oferta.

La elección de esta fórmula permite, tal como indica la Ley de Contratos del Sector Público (LCSP), disponer de ofertas de la máxima calidad, para lo cual, la influencia del precio, superado el descuento de referencia, no debe primar sobre la calidad que ofrece dicha oferta.

Esta fórmula está siendo utilizada actualmente por diversos organismos de las administraciones públicas".

Es obvio que lo anterior contradice lo establecido en la resolución del TACRC comentada, pero no siendo el objetico de estas notas hacer valoraciones críticas de las diferentes fórmulas no abundaremos más en este asunto, que en todo caso es esencial.

9. ANEXO I. Fórmulas en función del esfuerzo.

Comoquiera que para ejecutar un proyecto la empresa provisiona recursos de diferente índole, incluidos en muchas ocasiones de capital (inversión), el esfuerzo que efectúa un licitador a la hora de efectuar una oferta puede ser calibrado de muy diversas maneras: una merma de facturación, una reducción del margen operativo o por ejemplo una disminución de la rentabilidad económica (entendida como producto del margen operativo y la rotación de activos). Este esfuerzo –definido en términos económicos y cuantificable— podría ser compensado (disminuido) si la ejecución del proyecto objeto de licitación produce otros resultados intangibles en términos de reputación, posición de mercado, aumento de liquidez a corto u otras.

Sea como fuere, supongamos que existe algún mecanismo para medir el esfuerzo que efectúa un licitador a la hora de efectuar una oferta. Y llamemos z a dicho esfuerzo. Vamos a continuación a deducir algunas fórmulas usando diferentes expresiones para z como función del precio o descuento (p o x). Expresaremos la puntuación/valoración como una función de p. (Recuérdese que $p = 1 - x$). (Usaremos variables normalizadas en el intervalo $[0,1]$).

Caso I: El esfuerzo se mide por el descuento de la oferta

En este caso se considera esfuerzo de licitación a la merma de facturación o de ventas. Usando la notación de estas notas es $z = 1 - p = x$

Primer supuesto: La puntuación es una función lineal del esfuerzo. Esta es una hipótesis razonable que predetermina la fórmula de la puntuación.

Como queda dicho $\boldsymbol{y(z) = a + bz}$ (hipótesis de linealidad) y el problema se reduce a determinar las constantes a y b.

En este supuesto establecemos que $z = 0$ (esfuerzo nulo) implica $y = 0$ y que un esfuerzo máximo es decir $z = 1 - p_{min} = x_{max}$ implica la máxima puntuación $y = 1$.

Conocidos dos puntos de la recta es simple deducir que la puntuación como función del precio, $y(p)$, deviene:

$$\boldsymbol{y\,(p) = \frac{1 - p}{1 - p_{min}} = \frac{x}{x_{max}}}$$

que es la fórmula 1.

Segundo supuesto: La puntuación es una función lineal del esfuerzo, $\boldsymbol{y(z) = a + bz}$

En este segundo supuesto convenimos que si $z = x_{min} = 1 - p_{max}$ es $y = 0$ es decir el esfuerzo mínimo (el menor descuento) implica puntuación nula. Igual que en el supuesto anterior ponemos que $z = 1 - p_{min} = x_{max}$ implica la máxima puntuación $y = 1$.

En este caso se deduce $b = \frac{1}{x_{max} - x_{min}}$; $a = -\frac{x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$ y finalmente la fórmula para la puntuación es función del precio $y(p)$ es:

$$\boldsymbol{y\,(p) = \frac{p_{max} - p}{p_{min} - p_{max}} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}}$$

que es la fórmula 11.

Tercer supuesto: La puntuación es una función lineal del esfuerzo, $\boldsymbol{y(z)=a+bz}$

En este tercer supuesto convenimos que si $z=0$ es $y=y_g$ es decir el esfuerzo nulo (la oferta sin descuento) es recompensada con una puntuación "gratuita". Igual que en los supuestos anteriores ponemos que $z=1-p_{min}=x_{max}$ implica la máxima puntuación $y=1$.

(Obviamente estas son las hipótesis más discutibles. Asignar puntuación a un licitador por el mero hecho de presentar una oferta es muy discutible, aunque como mínimo aumenta la concurrencia…).

En este caso se deduce $b=\frac{1-y_g}{(1-\boldsymbol{p_{min}})}$; $a=y_g$ y finalmente la fórmula de $y(p)$ es:

$$\boldsymbol{y\,(p)=y_g+\frac{(1-p)(1-y_g)}{(1-p_{min})}}$$

que es la fórmula 4. Eligiendo convenientemente y_g se deducen todas las fórmulas que son funciones lineales del precio o descuento y que aparecen en muy diferentes licitaciones.

Caso II: El esfuerzo es la reducción de margen operativo

En este caso $z=m_{max}-m$. Comoquiera que el margen operativo se define como beneficio sobre ventas y el beneficio es el precio de venta menos el coste es necesario conocer el coste para poder proceder. Esta es una tarea compleja y de facto cabe señalar que cada empresa tiene una estructura de costes diferente (y por tanto sería imposible comparar márgenes). Procederemos de la siguiente forma: sea c' el coste *estimado* por el organismo contratante. Ponemos $c=min(c',min(p_i))$, de manera que si hay alguna *oferta válida* con precio inferior a c' (coste estimado *ex ante*) esta deviene el coste (podemos suponer sin pérdida de generalidad que toda oferta para la que $0<p\leq 1$ es válida).

En estas condiciones el esfuerzo $z=m_{max}-m$ dónde es $m=\frac{p-c}{p}$, $m_{max}=(1-c)$ (el máximo margen se obtendría con una oferta a precio de licitación), y se tiene que $z=\frac{c(1-p)}{p}$

Cuarto supuesto: La puntuación es una función lineal del esfuerzo, $\boldsymbol{y(z)=a+bz}$. De nuevo el problema para determinar esta fórmula es calcular $a\ y\ b$, pero otra vez hay que resaltar que la linealidad (entre puntuación y esfuerzo) no es más que una hipótesis muy razonable.

Se tiene como anteriormente $y(0)=0$ lo que implica que $a=y(0)=0$ (vale decir: sin esfuerzo no hay puntuación) y convenimos asimismo en asignar el valor máximo, $y=1$, a la oferta a precio c es decir para $z=1-c$; entonces: $b=\frac{1}{1-c}$. La fórmula final para $y(p)$ es:

$$\boldsymbol{y\,(p)=\frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}}$$

que es la fórmula 27.

Quinto supuesto: La puntuación es una función lineal del esfuerzo, $\boldsymbol{y(z)=a+bz}$

En este quinto supuesto convenimos que si $z=0$ es $y=y_g$ es decir el esfuerzo nulo (la oferta sin descuento) es recompensada con una puntuación "gratuita", y convenimos asimismo en asignar el valor máximo, $y=1$, a la oferta a precio c es decir para $z=1-c$. Entrando en la educación general con $(0,y_g)$ y $(1-c,1)$ obtenemos:

$$\boldsymbol{y\,(p) = y_g + (1 - y_g)\frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}}$$

Si se elige $y_g = c$ se obtiene

$$\boldsymbol{y\,(p) = c/p}$$

que es la fórmula 2 (de la ONU) con $c = p_{min}$

<u>Sexto supuesto</u>: La puntuación es una función cuadrática del esfuerzo, $\boldsymbol{y(z) = a + bz^2}$

Obsérvese que aquí hemos descartado –sin justificación—la linealidad, que tampoco habíamos justificado más allá de su razonabilidad (es intuitiva, simple, manejable, etc.)

De nuevo considerando que los puntos $(0{,}0)$ y $(1-c, 1)$ "pertenecen a la curva $y(p)$", deducimos:

$$\boldsymbol{y\,(p) = \left(\frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}\right)^2}$$

<u>Séptimo supuesto</u>: La puntuación es la función cuadrática: $\boldsymbol{y(z) = a + bz + cz^2}$

Otra vez se ha descartado la linealidad y necesitamos tres puntos para determinar la función. Sean como hasta ahora $(0{,}0)$ y $(1-c, 1)$ y supongamos, *arbitrariamente*, que asignamos el 50% de la puntuación al 50% del descuento máximo. Como el valor de z para $x = \frac{1-c}{2}$ es $\frac{c(1-c)}{1+c}$ la función pasa por $\left(\frac{c(1-c)}{1+c}, ½\right)$, que sería el tercer punto buscado. (La curva $y(p)$ pasa por tanto por los tres puntos: $(0{,}0)$; $\left(\frac{1-c}{2}, \frac{1}{2}\right)$; $(1-c, 1)$)

Entrando con estos tres valores en la expresión cuadrática se deducen los parámetros a, b y c que determinan la fórmula de evaluación y que, con $a_1 = 1-c$ y $a_2 = \frac{c(1-c)}{1+c}$, son:

$$\boldsymbol{a = 0;}$$

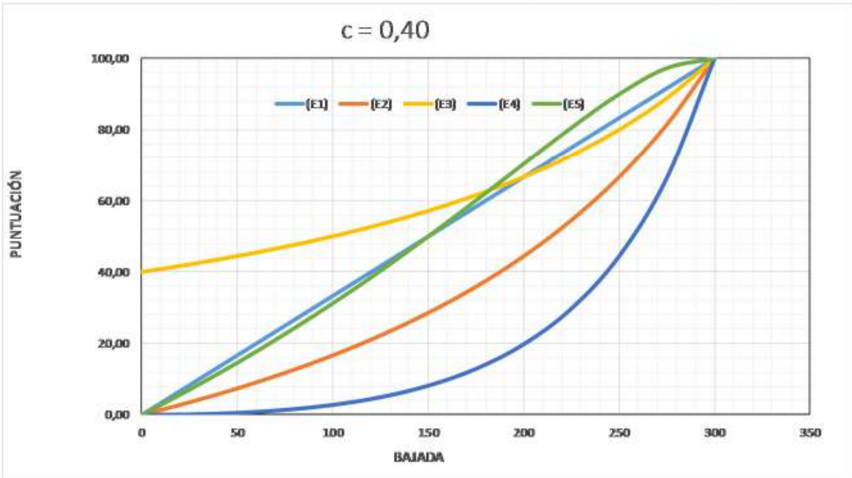
$$\boldsymbol{c = (\tfrac{1}{2})(\tfrac{2a_2 - a_1}{a_1^2 a_2 - a_2^2 a_1});}$$

$$\boldsymbol{b = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{a_2} - 2ca_2\right)}$$

Damos a continuación un par de ejemplos numéricos. En el primero hay una oferta cuyo precio coincide con c (es decir existe $p_{min} = c$), en este caso los extremos de las curvas (en el intervalo de interés) coinciden. En el segundo ejemplo c es menor que el precio de cualesquiera de las ofertas válidas por lo que ninguna de estas alcanza la máxima puntuación. Para valores muy bajos de c (muy alejados de p_{min}) la fórmula cuadrática puede reducir las diferencias, aunque se trata de una aproximación artificiosa que podría incluso "entregar" puntuaciones por encima de la máxima…

Ejemplo 1: Para $c = 0{,}4$ las curvas serían ($y_g = 0{,}4$ y obsérvese que $p_{min} = c$)

precio (P)	Bajada (X)	p=P/PL	x=X/PL	(E1)	(E2)	(E3)	(E4)	(E5)
			Esfuerzo	$z = 1 - p$	$z = \frac{c(1-p)}{p}$	$z = \frac{c(1-p)}{p}$	$z = \frac{c(1-p)}{p}$	$z = \frac{c(1-p)}{p}$
			Puntuación	$y(z) = a + bz$	$y(z) = a + bz$	$y(z) = a + bz$	$y(z) = a + bz^2$	$y(z) = a + +bz + cz^2$
			Puntos	$(0{,}0); (x_{max}, 1)$	$(0{,}0); (1-c, 1)$	$(y_g, 0); (1-c, 1)$	$(0{,}0); (1-c, 1)$	$(0{,}0); \left(\frac{1-c}{2}, \frac{1}{2}\right); (1-c, 1)$
				$y = \frac{1-p}{1-p_{min}}$	$y = \frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}$	$y = y_g + (1-y_g)\frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}$	$y = \left(\frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}\right)^2$	
500	0	1	0	0,00	0,00	40	0	0
475	25	0,95	0,05	8,33	3,51	42,10526316	0,123114805	7,063711911
450	50	0,9	0,1	16,67	7,41	44,44444444	0,548696845	14,6090535
425	75	0,85	0,15	25,00	11,76	47,05882353	1,384083045	22,66435986
400	100	0,8	0,2	33,33	16,67	50	2,777777778	31,25
375	125	0,75	0,25	41,67	22,22	53,33333333	4,938271605	40,37037037
350	150	0,7	0,3	50,00	28,57	57,14285714	8,163265306	50
325	175	0,65	0,35	58,33	35,90	61,53846154	12,88625904	60,0591716
300	200	0,6	0,4	66,67	44,44	66,66666667	19,75308642	70,37037037
275	225	0,55	0,45	75,00	54,55	72,72727273	29,75206612	80,5785124
250	250	0,5	0,5	83,33	66,67	80	44,44444444	90
225	275	0,45	0,55	91,67	81,48	88,88888889	66,39231824	97,32510288
200	300	0,4	0,6	100,00	100,00	100	100	100



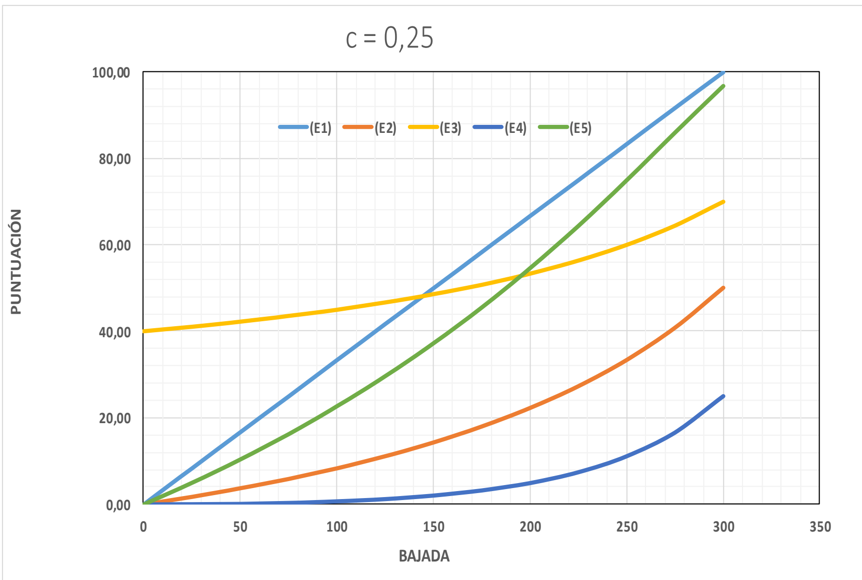
$$a_1 = 1 - c$$
$$a_2 = \frac{c(1-c)}{1+c}$$

$$a = 0$$

$$c = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2a_2 - a_1}{a_1^2 a_2 - a_2^2 a_1}\right)$$

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{a_2} - 2ca_2\right)$$

Ejemplo 2: Para $c = 0{,}25$ las curvas serían ($y_g = 0{,}4$ y $p_{min} > c$)



10. ANEXO II. Fórmulas en función de la variación de la puntuación.

Vamos a esbozar otro método para deducir algunas de las fórmulas censadas en este artículo. La prospección de diferentes procesos para deducir las fórmulas puede ayudar a entender mejor su naturaleza.

Si el órgano licitador desea "controlar" cómo varían las diferencias de puntuación asignadas a las ofertas en razón de sus precios puede intentar deducir la fórmula de asignación resolviendo la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dy}{dp} = kp^{\alpha}$$

Se trata de establecer qué pendiente tiene la curva que representa la puntuación en función del precio ofertado. Por ejemplo, se puede desear que a medida que aumente el descuento (es decir para descuentos altos) las diferencias de puntuación entre ofertas distintas sean más bajas, de manera que –en estas condiciones— aumentar mucho el descuento puede no incidir demasiado en la puntuación final respecto a otros licitadores. El licitador puede intentar evitar así manejar ofertas muy dispersas o con bajadas muy altas, o perseguir algún otro objetivo intrínseco y específico de la naturaleza de la licitación.

Como es habitual para $p = 1$ es $y = 0$, es decir la puntuación de una oferta sin descuento es cero. La solución de la ecuación anterior es (para $\alpha \neq -1$):

$$y(p) = \frac{(p^{\alpha+1} - 1)k}{\alpha + 1}$$

Establecemos como es habitual que para un precio de licitación mínimo (o igual al coste estimado por la administración o en definitiva, para la bajada máxima) es decir para $p = p_{min} = c$ es $y = 1$ (máxima puntuación). A continuación vemos algunos casos.

Caso I: $\alpha = 0$

En este caso la variación de la puntuación (pendiente en cada punto) es constante por tanto se trata de una recta. $dy/dp = k$

Es $y(p) = kp - k$ y como $y(c) = 1$, se tiene $k = \frac{1}{c-1}$ y finalmente

$$y(p) = \frac{1 - p}{1 - c}$$

o en términos de descuento $y(x) = \frac{x}{x_{max}}$ que es la fórmula lineal general 1.

Caso I: $\alpha = 1$

En este caso suponemos que la pendiente de la curva es directamente proporcional al precio (a mayor precio más pendiente). $dy/dp = kp$

Es $y(p) = (\frac{k}{2})(p^2 - 1)$ y como $y(c) = 1$, se tiene $k = \frac{2}{c^2-1}$ y finalmente

$$y(p) = \frac{1 - p^2}{1 - c^2}$$

Caso I: $\alpha = -2$

En este caso suponemos que la pendiente de la curva es inversamente proporcional al cuadrado del precio (a mayor precio menos pendiente), $dy/dp = k/p^2$

Es $y(p) = -k(p^{-1} - 1) = \frac{k(p-1)}{p}$ y como $y(c) = 1$, se tiene $-k = \frac{c}{1-c}$ y finalmente

$$\boldsymbol{y(p) = \frac{c(1-p)}{(1-c)p}}$$

Que es decir la fórmula 27.

Caso I: $\alpha = -1$

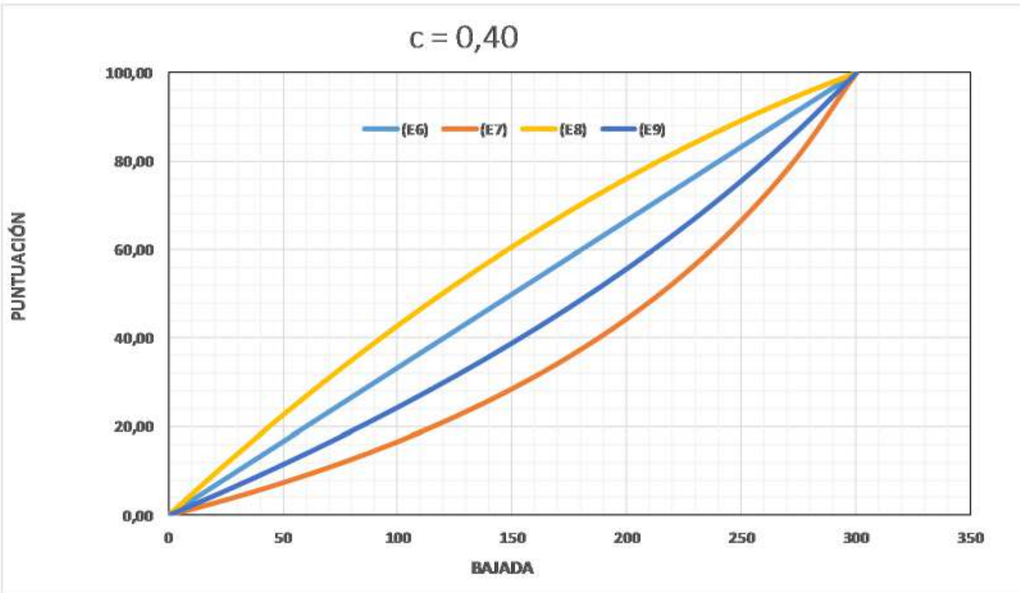
En este caso suponemos que la pendiente de la curva es inversamente proporcional al precio (a mayor precio menos pendiente), $dy/dp = \; k/p$

La solución de la ecuación es $y(p) = kln(p)$ con $y(c) = 1$ es $k = 1/ln(c)$ y finalmente:

$$\boldsymbol{y(p) = \frac{\ln(p)}{\ln(c)}}$$

En el siguiente ejemplo representamos las antedichas fórmulas (con $p_{min} = c = 0{,}4$)

precio (P)	Bajada (X)	p=P/PL	x=X/PL	$y = \frac{1-p}{1-p_{min}}$ (E6)	$y = \frac{c\,(1-p)}{p\,(1-c)}$ (E7)	$y(p) = \frac{1-p^2}{1-c^2}$ (E8)	$y(p) = \frac{\ln(p)}{\ln(c)}$ (E9)
500	0	1	0	0,00	0,00	0	0
475	25	0,95	0,05	8,33	3,51	11,60714286	5,597927885
450	50	0,9	0,1	16,67	7,41	22,61904762	11,49859013
425	75	0,85	0,15	25,00	11,76	33,03571429	17,73661174
400	100	0,8	0,2	33,33	16,67	42,85714286	24,35292026
375	125	0,75	0,25	41,67	22,22	52,08333333	31,3963748
350	150	0,7	0,3	50,00	28,57	60,71428571	38,92595784
325	175	0,65	0,35	58,33	35,90	68,75	47,01378079
300	200	0,6	0,4	66,67	44,44	76,19047619	55,74929507
275	225	0,55	0,45	75,00	54,55	83,03571429	65,24533971
250	250	0,5	0,5	83,33	66,67	89,28571429	75,64707974
225	275	0,45	0,55	91,67	81,48	94,94047619	87,14566987
200	300	0,4	0,6	100,00	100,00	100	100



11. ANEXO III. Normalización de las evaluaciones.

Hasta ahora se ha trabajado con un solo criterio para ordenar las alternativas (las diferentes ofertas) contempladas. Este criterio es el precio de la oferta (precio para la licitación o precio para el proyecto) expresado en unidades monetarias. Cualquier método de decisión multicriterio ha quedado fuera del alcance de estas notas.

En cualquier caso en algunas licitaciones aparecen criterios de evaluación que se valoran en base a subcriterios o parámetros cuantificables a su vez de forma objetiva. En este caso la valoración del criterio principal es genuinamente una decisión multicriterio. Nos interesa esta situación en la medida en que estos criterios y sus componentes son de naturaleza económica (precios o tarifas).

La situación más simple es la existencia para la j-ésima alternativa (de un total de n) de m subcriterios $(S_{ij}\ con\ i = 1, m)$ a los que se asignan unos pesos $(w_i\ con\ i = 1, m)$. El valor final del criterio a evaluar se calcula como la suma ponderada de los diferentes subcriterios es decir:

$$X_j = \sum_{1}^{m} w_i S_{ij} \ \ (j = 1, n)$$

(este método de ponderación lineal es el más simple y es suficiente para ilustrar lo que se desea). Una vez obtenido el criterio en cuestión para las diferentes alternativas (los $X_j\ con\ j = 1, n$) estas se evalúan con alguna de las fórmulas discutidas hasta ahora.

La suma ponderada anterior ha de efectuarse sobre magnitudes homogéneas expresadas en idénticas unidades, si no fuera así la antedicha operación no tendría sentido. Esta situación puede suceder si los S_{ij} son por ejemplo tarifas o precios de diferentes ítems o productos o componentes. Es decir, para cada alternativa S_{ij}, se expresa en: $€/unidad\ de\ producto\#i$. En este caso la suma anterior no se puede efectuar por tratarse de sumandos heterogéneos.

Antes de señalar cómo corregir la patología anterior lo ilustraremos con un ejemplo. Supongamos que el criterio a evaluar es el aumento de la capacidad de algún aspecto especialmente significativo de la licitación (por ejemplo la capacidad de un servidor informático). Supongamos que para cada alternativa (oferta) se contemplan cuatro subcriterios: $S_{1j},\ S_{2j},\ S_{3j}\ y\ S_{4j}$ que son respectivamente el precio de añadir un subprocesador (*core*) al servidor, el precio de aumentar en 1 GB la memoria RAM del servidor, el precio de aumentar en 1 TB la capacidad de disco SSD del servidor y el precio de incrementar el ancho de banda a Internet en 1 Mb/s. Y supongamos que los pesos que se asignan a cada uno de estos componentes son $w_1, w_2, w_3\ y\ w_4$ (adimensonales). Evidentemente si ponemos para la alternativa j:

$$X_j = \sum_{1}^{4} w_i S_{ij}$$

y suponemos sin pérdida de generalidad que por ejemplo $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1$, con:

$$S_{1j} = 100\,\frac{€}{core}$$

$$S_{2j} = 200\,\frac{€}{GB\ RAM}$$

$$S_{3j} = 600\,\frac{€}{TB\ SSD}$$

$$S_{4j} = 30\,\frac{€}{Mb/s}$$

no tendría sentido sumar estas cuatro magnitudes (serían 930 unidades ¿de qué?) y no se podría cuantificar el criterio en cuestión: aumento de capacidad del servidor.

Como sugiere el ejemplo, se intenta obtener una puntuación global usando la simple suma (ponderada) de las contribuciones obtenidas de cada atributo (en este caso precios de componentes diversos). Ahora bien como quiera que estos atributos tienen diferentes unidades (ya que se trata de ítems técnicos completamente diferentes en sus unidades de medida) no se pueden sumar directamente y se requiere un proceso previo de normalización para que pueda efectuarse correctamente la suma ponderada de las contribuciones de cada uno de los atributos. De hecho cabe decir que todos los métodos de decisión multicriterio precisan que las evaluaciones de una alternativa concreta, correspondientes a todos y cada uno de los criterios, sean comparables en magnitud, unidad de medida, posición del cero, dispersión de medida, etc. Se trata del problema de la normalización de las evaluaciones y para afrontar el mismo existen diferentes procedimientos (y la elección no es neutral, pues el resultado final puede verse considerablemente afectado por el procedimiento de normalización utilizado). Dicho de otra forma: cuando para obtener una puntuación global se usa la suma de las contribuciones obtenidas en diferentes atributos se requiere un proceso previo de normalización para que pueda efectuarse la suma de las contribuciones de cada uno de los atributos. Ahora bien, el orden obtenido con este método no es independiente del procedimiento de normalización aplicado.

Los métodos de normalización empleados dependen de si se trata de maximizar (criterio de beneficio) o minimizar (criterio de coste). En la terminología empleada en estas notas el beneficio equivaldría a la bajada/descuento y el coste al precio de licitación. Obviamente –y a efectos de valoración económica— el objetivo de la decisión es la alternativa con mayor bajada o la alternativa con menor precio.

Para un subcriterio dado (i) y dados los valores $S_{ij}\ con\ j = 1, n$ correspondientes a las n alternativas la normalización consiste en transformar los valores anteriores en $s_{ij}\ con\ j = 1, n$ dónde los s_{ij} son adimensionales y $0 \leq s_{ij} \leq 1$ (no siempre se asigna el valor cero). Además se dice que la normalización mantiene la proporcionalidad si se cumple (para todo j y k):

$$\frac{S_{ij}}{S_{ik}} = \frac{s_{ij}}{s_{ik}}$$

Los métodos de normalización más empleados son:

- Normalización por fracción del máximo (criterio de beneficio):

$$s_{ij} = \frac{S_{ij}}{\max_j S_{ij}}$$

- Normalización por inversa de fracción del mínimo (criterio de coste):

$$s_{ij} = \frac{\min_j S_{ij}}{S_{ij}}$$

- Normalización por fracción del ideal o rango (criterio de beneficio):

$$s_{ij} = \frac{S_{ij} - \min_j S_{ij}}{\max_j S_{ij} - \min_j S_{ij}}$$

- Normalización por fracción del ideal o rango (criterio de coste):

$$s_{ij} = \frac{\max_j S_{ij} - S_{ij}}{\max_j S_{ij} - \min_j S_{ij}}$$

- Normalización por fracción de la suma (reparto):

$$s_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sum_j S_{ij}}$$

(Los dos primeros métodos mantienen la proporcionalidad).

Ejemplo

Siguiendo con el ejemplo anterior supongamos que existen cinco alternativas y los valores de los subcriterios (precios de los diferentes ítems o elementos de ampliación) son los de la tabla siguiente (expresados en unidades monetarias homogéneas).

EVALUACIÓN DEL CRITERIO: AUMENTO DE LA CAPACIDAD DEL SERVIDOR

Subcrirerios (S_i)	Pesos (w_i)	Alternativa #1	Alternativa #2	Alternativa #3	Alternativa #4	Alternativa #5
1 core	1	100,00	120,00	90,00	140,00	80,00
1 GB de RAM	1	200,00	210,00	320,00	190,00	205,00
1 TB SSD	1	600,00	1.000,00	450,00	300,00	700,00
1 Mb/s	1	30,00	20,00	12,00	45,00	12,00

Los diferentes valores normalizados y la puntuación final en el criterio obtenida evaluando la suma ponderada según la fórmula 1 serían:

SUBCRITERIOS NORMALIZADOS (POR FRACCIÓN DEL MÍNIMO INVERSA).
CRITERIO DE COSTE (MINIMIZADOR)
SUMA PONDERADA Y PUNTUACIÓN (FÓRMULA 1)

Subcrireríos (S_i)	Pesos (w_i)	Alternativa #1	Alternativa #2	Alternativa #3	Alternativa #4	Alternativa #5
1 core	1	0,80	0,67	0,89	0,57	1,00
1 GB de RAM	1	0,95	0,90	0,59	1,00	0,93
1 TB SSD	1	0,50	0,30	0,67	1,00	0,43
1 Mb/s	1	0,40	0,60	1,00	0,27	1,00
Suma ponderada (X_i)		**2,65**	**2,47**	**3,15**	**2,84**	**3,36**
Puntuación en el criterio (máximo 100 puntos).		**78,977**	**73,655**	**93,858**	**84,583**	**100,000**

SUBCRITERIOS NORMALIZADOS (POR FRACCIÓN DEL IDEAL/RANGO.).
CRITERIO DE COSTE (MINIMIZADOR)
SUMA PONDERADA Y PUNTUACIÓN (FÓRMULA 1)

Subcrireríos (S_i)	Pesos (w_i)	Alternativa #1	Alternativa #2	Alternativa #3	Alternativa #4	Alternativa #5
1 core	1	0,67	0,33	0,83	0,00	1,00
1 GB de RAM	1	0,92	0,85	0,00	1,00	0,88
1 TB SSD	1	0,57	0,00	0,79	1,00	0,43
1 Mb/s	1	0,45	0,76	1,00	0,00	1,00
Suma ponderada (X_i)		**2,62**	**1,94**	**2,62**	**2,00**	**3,31**
Puntuación en el criterio (máximo 100 puntos).		**78,949**	**58,465**	**79,049**	**60,365**	**100,000**

SUBCRITERIOS NORMALIZADOS (POR FRACCIÓN DE LA SUMA).
CRITERIO DE COSTE (MINIMIZADOR)
SUMA PONDERADA Y PUNTUACIÓN (FÓRMULA 1)

Subcrireríos (S_i)	Pesos (w_i)	Alternativa #1	Alternativa #2	Alternativa #3	Alternativa #4	Alternativa #5
1 core	1	0,19	0,23	0,17	0,26	0,15
1 GB de RAM	1	0,18	0,19	0,28	0,17	0,18
1 TB SSD	1	0,20	0,33	0,15	0,10	0,23
1 Mb/s	1	0,25	0,17	0,10	0,38	0,10
Suma ponderada (X_i)		**0,82**	**0,91**	**0,70**	**0,91**	**0,66**
Puntuación en el criterio (máximo 100 puntos).		**89,635**	**99,941**	**77,251**	**100,000**	**72,950**

Nota 1

Como puede observarse los diferentes métodos conducen a resultados distintos. Queda fuera del alcance de estas notas el análisis sobre las características y conveniencia de cada método.

Nota 2

Como puede verse, en general la normalización asigna el valor 1 a la mejor alternativa (la de mínimo coste o máximo beneficio) y –cuando se emplea el rango— el valor 0 a la peor (la de mayor coste o menor beneficio). En todo caso el último método no satisface ninguna de estas características, de hecho se emplea para evitar que las puntuaciones normalizadas – salvo que sean puntuaciones directas— alcancen 1 o 0.

Nota 3

Es un error común interpretar la evaluación anterior como equivalente al criterio de ampliación de la infraestructura con un servidor configurado con w_1 cores, w_2 GB de RAM, w_3 TB de disco SSD y w_4 Mb/s de acceso a Internet. Esto sería una evaluación monocriterio (coste de la ampliación del servidor) dónde no se contemplan los (sub)criterios de ampliación de cada uno de los componentes, lo que conceptualmente es diferente a la evaluación multicriterio comentada. (Recuérdese que los pesos son adimensionales, no se trata de cantidades).

12. ANEXO IV. Fórmulas normalizadas.

Como se ha comentado en la sección anterior, para normalizar las diferentes fórmulas se considera la variable independiente descuento, x, en el rango entre 0 y 1 (entre 0% y 100% del precio de licitación). La puntuación de cada oferta, y, está comprendida entre 0 y 1 (es decir entre el 0% y el 100% de la máxima puntuación).

$$f_1(x) = \frac{x}{x_{max}}$$

$$f_2(x) = \frac{1 - x_{max}}{1 - x}$$

$$f_3(x) = 1 + (x - x_{max}) \qquad (f_4 \; con \; y_g = 1 - x_{max})$$

$$f_4(x) = y_g + \frac{x(1 - y_g)}{x_{max}}$$

$$f_5(x) = 1 - \frac{x_{max} - x}{1 - x_{max}} \qquad (f_4 \; con \; y_g = \frac{1 - 2x_{max}}{1 - x_{max}})$$

$$f_6(x) = 1 - D\frac{x_{max} - x}{1 - x_{max}}$$

$$f_7(x) = 1 - 2(x_{max} - x) \qquad (f_4 \; con \; y_g = 1 - 2x_{max})$$

$$f_8(x) = 1 - \frac{x_{max} - x}{1 - x_{min}} \qquad (f_4 \; con \; y_g = \frac{1 - (x_{min} + x_{max})}{1 - x_{max}})$$

$$f_9(x) = y_{med} + \frac{(x - x_{med})(1 - y_{med})}{x_{max} - x_{med}} \qquad (f_4 \; con \; y_g = y_{med} - x_{med}(\frac{1 - y_{med}}{x_{max} - x_{med}}))$$

$$f_{10}(x) = (1/2)(1 - D\frac{x_{med}-x}{1-x_{med}})$$

$$f_{11}(x) = \frac{x-x_{min}}{x_{max}-x_{min}} \qquad (f_4 \; con \; y_g = -(\frac{x_{min}}{x_{max}-x_{min}}))$$

$$f_{12}(x) = \frac{x}{max(x_{max}, x_{lim})}$$

O alternativamente

$$f_{12}(x) = y = \left(\frac{x}{x^*_{max}}\right)$$

$caso\ 1: si\ \ x_{max} > x_{lim} \qquad x^*_{max} = x_{max}$

$caso\ 2: si\ \ x_{max} < x_{lim} \qquad x^*_{max} = x_{lim}$

$Caso\ 1: si\ \ x_{max} < x_{lim} \qquad f_{13}(x) = \left(\frac{x}{x_{lim}}\right)$

$Caso\ 2: si\ \ x_{lim} < x_{max} < x_{sac} \qquad f_{13}(x) = \left(\frac{x}{x_{max}}\right)$

$Caso\ 3: si\ \ x_{sac} < x_{max}\ \ \mathrm{y}\ \ x < x_{sac} \quad f_{13}(x) = \left(\frac{x}{x_{sac}}\right)$

$si\ \ x_{sac} < x_{max}\ \ \mathrm{y}\ \ x > x_{sac} \quad f_{13}(x) = 1$

$Dados\ x^i_{inf}, x^i_{sup}, y^i_{max}\ (de\ i = 1\ a\ N)\ con\ x^1_{inf} = 0\ \ y\ \ x^N_{sup} = 1$

$Calcular\ x_{med}\ y\ determinar\ \ y^*_{max}\ como\ sigue:$

$Buscar\ i\ tal\ que\ x^i_{inf} \leq x_{med} < x^i_{sup}\ \ y\ establecer\ \ y^*_{max} = y^i_{max}.$

$Evaluar\ con:$

$$f_{14}(x) = x\frac{y^*_{max}}{x_{max}}$$

$Sea\ \sigma = \sqrt{(\frac{1}{N})\sum_1^N (x_i - x_{med})^2}$

Si $\sigma < d$ $\quad f_{15}(x) = \frac{1 - x_{max}}{1 - x}$

Si $\sigma > d$ $\quad f_{15}(x) = \frac{x}{x_{max}}$

$\alpha, \beta\ y\ \kappa\ tres\ parámetros\ pertenecientes\ a\ [0,1]$

$tramo\ 1\ \ si\ 0 \leq\ x\ \leq\ (1-\beta)x_{med} \qquad f_{16}(x) =\ (1-\alpha)y_{med}$

$tramo\ 2\ \ si\ (1-\beta)x_{med} \leq\ x\ \leq (1+\beta)x_{med} \qquad f_{16}\ (x) = x\frac{\alpha y_{med}}{\beta x_{med}} + \frac{y_{med}(\beta-\alpha)}{\beta}$

$tramo\ 3\ \ si\ x\ > (1+\beta)x_{med} \qquad f_{16}(x)\ =\ (1+\alpha)y_{med}$

$además\ si\ f_{16}(x) \leq 0\ entonces\ f_{16}(x) = 0\ y\ si\ \ f_{16}(x) \geq 1\ entonces\ f_4(x) = 1$

Si $x < x_{med}$ $\quad f_{17}\ (x) = x(\frac{y_{med}}{x_{med}})$

Si $x \geq x_{med}$ $\quad f_{17}\ (x) =\ y_{med} + (x - x_{med}\ )(\frac{1-y_{med}}{x_{max}-x_{med}})$

$f_{18}\ (x) =\ f_{17}(x)$ con x_{med} *calculado como sigue:*

$Si\ N \geq 20$ $\quad x_{med} = \frac{1}{N}\sum_1^N x_i$

$Si\ N < 20$ $\quad x_{med} = \frac{(20-N)0{,}05+\sum_1^N x_i}{20}$

Sea $w_{max} = x_{max} - x_{min}$ y $w_{med} = \alpha w_{max} \quad (0 < \alpha \leq 1)$

Si $x < x_{med}$ $\quad fp\ \ (x) = x\left(\frac{w_{med}}{x_{med}}\right)$

Si $x \geq x_{med}$ $\quad fp\ \ (x) = w_{med} + (x - x_{med}\ )\left(\frac{w_{max}-w_{med}}{x_{max}-x_{med}}\right)$

$$f_{19}(x) = fp\ (x) + (1 - w_{max})\left(\frac{x}{x^*_{max}}\right)$$

Dónde

$si\ x_{max} < 0{,}2$ es $\quad x^*_{max} = 0{,}2$

$si\ x_{max} \geq 0{,}2$ es $\quad x^*_{max} = x_{max}$

Dados x_i *e* y_i de $i = 0\ a\ N$, con $x_0 = 0;\ x_N = 1;\ y_0 = 0\ e\ y_N = 1$

Determinar i tal que: $x_{i-1} \leq x < x_i$

Y poner: $f_{ML}\ (x) = y\ =\ y_{i-1} + (x - x_{i-1}\ )\left(\frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}\right)$

$$f_{20}(x) = \left(\frac{x}{x_{max}}\right)^{\frac{1}{8-N}} \quad N \leq 5$$

$$f_{20}(x) = \left(\frac{x}{x_{max}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad N > 5$$

$$f_{21}(x) = \left[1 - \left(\frac{x_{max} - x}{x_{max}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$f_{21bis}(x) = \left[1 - \left(\frac{x_{max} - x}{x_{max}}\right)^m\right]^n$$

$$f_{21bisbis}(x) = \left[1 - \left(\frac{x_{max} - x}{x_{max} - x_{min}}\right)^m\right]^n$$

$$f_{22}(x) = \left[1 - \left(\frac{x_{max} - x}{x_{max}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad si\ x \geq x_{med}$$

$$f_{22}(x) = x\left(\frac{y_{med}}{x_{med}}\right) \quad si\ x < x_{med}$$

$$Con\ y_{med} = f_{21}(x_{med})$$

$$f_{23}(x) = 1 - f\left[\frac{x_{max} - x}{x_{max} - \left(\frac{1}{2}\right)x_{min}}\right]^2 \quad con\ 0 < f \leq 1$$

$$f_{24}(x) = \left(\frac{2}{\pi}\right)arctan(50x)$$

$$f_{25}(x) = 2\ \frac{1 - x_{max}}{1 - x} - 1$$

$$x_d = 1 - 0{,}75\,(1 - x_{med})$$

$$f_{26}(x) = \left(\frac{x^2}{x_d^2}\right)\left(\frac{50 + (100\,x_d)^2}{50 + (100\,x)^2}\right)\ si\ x_{max} < x_d$$

$$f_{26}(x) = \left(\frac{x^2}{x_{max}^2}\right)\left(\frac{50 + (100\,x_{max})^2}{50 + (100\,x)^2}\right)\ si\ x_{max} > x_d$$

Sea c´ un coste estimado ex ante y

sea $c = min(c', min(p_i))$,

$$f_{27}(x) = (\frac{c}{1-c})(\frac{x}{1-x})$$